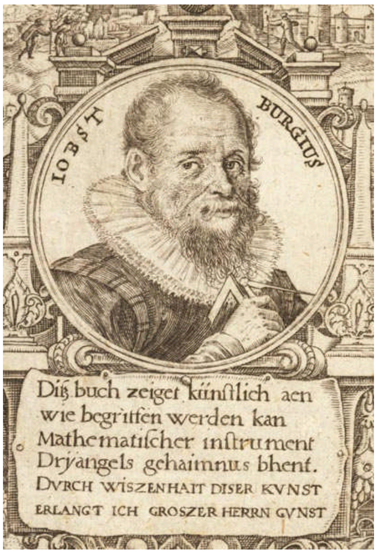


Jost Bürgi, horloger et constructeur d'instruments suisse, 1552-1632
En 1588, pour faciliter ses calculs, il développa le premier système logarithmique connu.
Pour en savoir plus : **http://fr.wikipedia.org/wiki/Jost_B%C3%BCrgi**

MAT-5107
Fonctions et équations exponentielles et logarithmiques
Pré-test Z

Nathalie Robitaille
Centre Odilon-Gauthier, Québec
Commission scolaire des Premières-Seigneuries
Novembre 2007

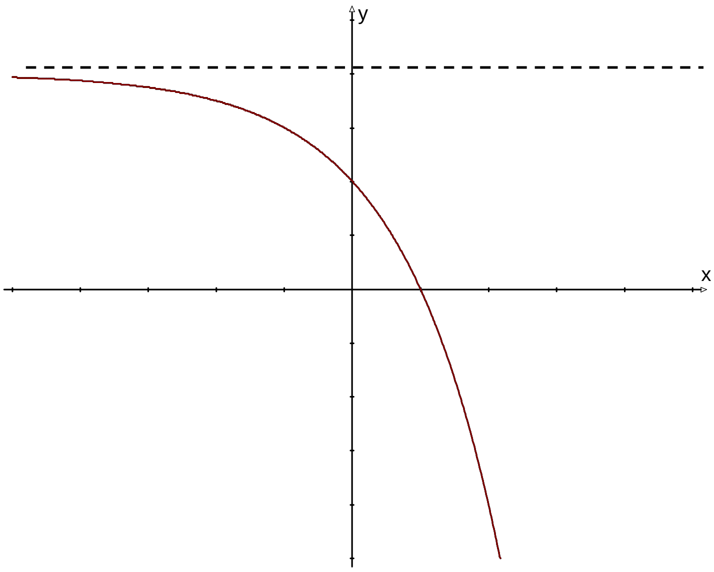
TABLEAU DE PONDÉRATION

<table>
<tr><th></th><th>FONCTIONS EXPONENTIELLES
(15 %)</th><th>FONCTIONS LOGARITHMIQUES
(85 %)</th></tr>
<tr><td>MATHÉMATISER
(5%)</td><td>Déterminer la règle d’une fonction exponentielle correspondant à un contexte donné.
Dimension 1 : Q. 10 5 %</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">OPÉRER
(40 %)</td><td>Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de la même base.
Dimension 2 : Q. 4 5 %</td><td>Déterminer la valeur d’une expression logarithmique.
Dimension 11 : Q. 9 5 %</td></tr>
<tr><td>Résoudre algébriquement une équation exponentielle dans laquelle les deux membres sont des puissances de base différente.
Dimension 3 : Q. 3 5 %</td><td>Réduire une expression logarithmique à sa forme la plus simple.
Dimension 12 : Q. 11 10 %</td></tr>
<tr><td></td><td>Résoudre algébriquement une équation logarithmique dans laquelle chaque membre peut être ramené à une expression contenant un seul logarithme.
Dimension 13 : Q.12 10 %</td></tr>
<tr><td colspan="2">Déterminer la règle de la réciproque d’une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \pm c^{x} + k$ ou d’une fonction logarithmique de la forme $f(x) = \log_c \pm (x - h)$.
Dimension 4 : Q. 2 5 %</td></tr>
<tr><td rowspan="6">ANALYSER
(35 %)</td><td></td><td>Déterminer, parmi des énoncés illustrant les propriétés de logarithmes, ceux qui sont faux et les corriger.
Dimension 14 : Q. 8 5 %</td></tr>
<tr><td colspan="2">Déterminer l’intervalle et le signe de certains paramètres, étant donné l’équation paramétrique et un graphique.
Dimension 5 : Q.1 5%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Étudier les liens entre la variation de deux paramètres et la transformation d’un graphique, étant donné l’équation paramétrique et deux graphiques
Dimension 6 : Q.13 5 %</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comparer des caractéristiques de deux fonctions, étant donné les règles de deux fonctions exponentielles, de deux fonctions logarithmiques ou d’une fonction de chaque type.
Dimension 7 : Q.14 10%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Déterminer, parmi des énoncés décrivant certaines caractéristiques d’une fonction exponentielle ou logarithmique, ceux qui sont faux et les corriger.
Dimension 8 : Q.5 5%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Rechercher la règle d’une fonction exponentielle de la forme $f(x) = \pm c^{x} + k$ ou d’une fonction logarithmique de la forme $f(x) = \log_c \pm (x - h)$, étant donné les coordonnées d’un point et l’équation de l’asymptote.
Dimension 9 : Q.6 5%</td></tr>
<tr><td>SYNTHÉTISER
(20 %)</td><td colspan="2">Résoudre deux problèmes liés à des fonctions exponentielles ou à des fonctions logarithmiques.
Dimension 10 : Q. 7 10 % et Q.15 10%</td></tr>
</table>

QUESTIONNAIRE

/5

1. Soit $f(x) = a \cdot c^x + k$, dont le graphique est :



Alors on a:

A) $c > 1$, $a > 0$ et $k > 0$
B) $0 < c < 1$, $a > 0$ et $k > 0$
C) $c > 1$, $a < 0$ et k>0
D) $c > 1$, $a < 0$ et k<0

/10

2. Déterminez la réciproque de la fonction définie par la règle suivante : $f(x) = \log_6(x+2)$

/5

3. Résolvez algébriquement l'équation suivante : $4^{x+2} \times 6^{x-1} = 10$

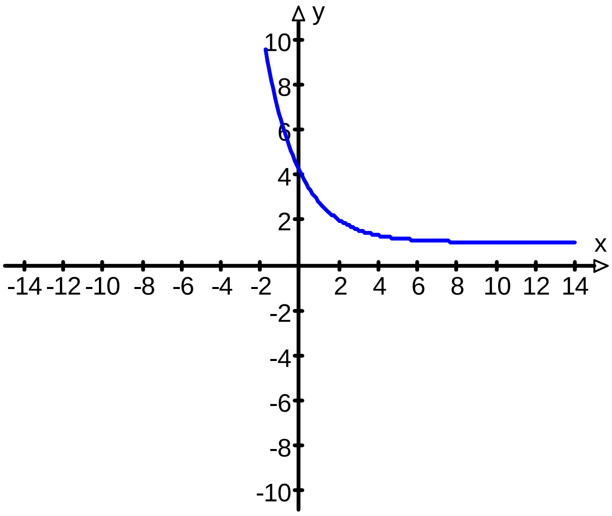
/5

4. Résolvez algébriquement l'équation suivante : $27(3)^{2x} = 9^{(2x+2)}$

/5

5. La fonction f est définie par la règle suivante :

$$f(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{2(x-2)}+1$$



Déterminez si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Corrigez les énoncés faux en modifiant l'élément souligné.

Énoncés	Vrai ou faux	Correction s'il y a lieu
a)Le domaine de la fonction est $\underline{\mathbb{R}}$.		
b) La fonction est décroissante pour $\underline{x \in -\infty, 1[}$		
c) Si la fonction subit une translation (0, -1), la règle de la nouvelle fonction sera $\underline{g(x)=\left(\frac{3}{4}\right)^{2(x-2)}}$		

/5

6. Déterminez la règle d'une fonction logarithmique, de la forme $f(x)=\log_c \pm(x-h)$, passant par le point (5,3) et dont l'équation de l'asymptote est $x = -3$.

/10

7. Magnitude apparente d'une étoile

La magnitude apparente *m* d'une étoile mesure la luminosité d'un astre, c'est-à-dire la quantité de lumière reçue pour un observateur situé sur la Terre. On peut donc comparer les magnitudes des astres avec le même point de repère.

Le tableau ci-dessous compare la magnitude apparente de quelques objets célestes :

Objet céleste	***Magnitude apparente m***
Soleil	-26,5
Étoile polaire	2
Limite perceptible à l'œil nu	**6**
Non perceptible à l'œil nu	supérieure à 6

La différence de magnitude entre une étoile et le Soleil s'exprime par :

$$m_{Soleil} - m_B = -2,5\log\left[\frac{E_{Soleil}}{E_B}\right]$$

où E_B correspond à l'éclairement de l'astre et $\frac{E_{Soleil}}{E_B}$ correspond au rapport d'éclairement entre le Soleil et l'astre.

a) Proxima du Centaure étant l'étoile la plus près de la Terre (si on fait exception du Soleil!), déterminer si cette étoile est visible à l'œil nu, sachant que le rapport d'éclairement entre le Soleil et cette étoile est de 10^{15}.

b) Calculer le rapport d'éclairement entre le Soleil et l'étoile Polaire.

/5

8. Parmi les énoncés suivants, indiquez lequel ou lesquels sont faux et corrigez-les afin qu'ils deviennent vrais.

a) $\log(x+y) = \log x + \log y$

b) $2 \cdot \ln x = (\ln x)^2$

c) $\log_b 4 + \log_b \frac{1}{4} = 0$

d) $\log_a (\frac{1}{a}^{-1}) = 1$

/5

9. Utilisez les propriétés des logarithmes pour déterminer la valeur de l'expression suivante :

$$\log_a a^{-1} + (\log_a a)^3 - \log_a a^2$$

/5

10. Loi de Moore

Cofondateur de la société Intel, Gordon Moore avait affirmé dès 1975 que le nombre de transistors par microprocesseur allait doubler, à prix constants, tous les 2 ans. On sait qu'en 1972, il y avait 4000 transistors. Trouver la règle de la fonction exponentielle qui permettrait de trouver le nombre de transistors en fonction du nombre d'années pour 1973 et les années qui suivent.

/10

11. Utilisez les propriétés des logarithmes pour simplifier l'expression suivante :

$$\log_2\left(x^2+2x\right)-\log_2(x^2+4x+4)$$

/10

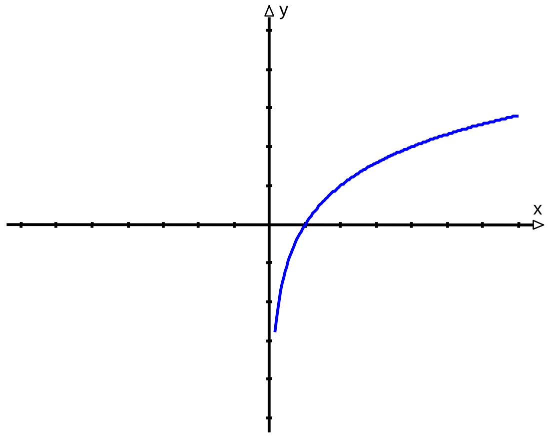
12. Résolvez algébriquement l'équation suivante :

$$\log_3(x+4)+\log_3(x-4)=2$$

/5

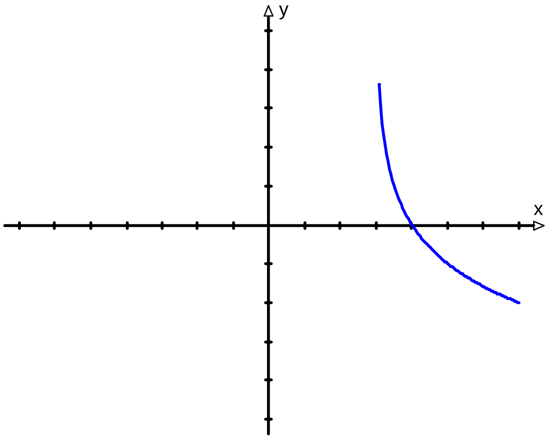
13. Les graphiques ci-dessous représentent deux fonctions

fonction f



$f(x)=\log_c x$

fonction g



$g(x)=a\log_c(b(x-h))$

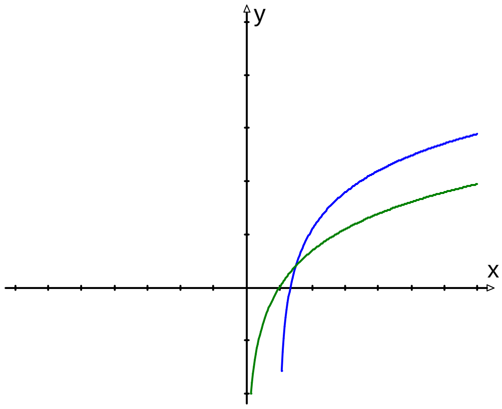
Parmi les choix suivants, lequel a permis de transformer la fonction *f* en la fonction *g*?

A) Le signe de *a* est changé et la valeur de *h* a augmenté
B) Le signe de *a* est changé et la valeur de *h* a diminué
C) Le signe de *b* est changé et la valeur de *h* a diminué
D) Le signe de *b* est changé et la valeur de *h* a augmenté

/10

14. Étant donné les règles des deux fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln x$$
$$g(x) = \ln(3x - 3)$$



Fonctions f et g

a) Trouvez pour quelles valeurs de x, $f(x) \le g(x)$

b) Vrai ou faux? Le zéro de la fonction *f* est supérieur au zéro de la fonction *g*. Justifiez votre résultat.

/10

15. On place dans un bassin 100 bactéries et ce nombre triple à toutes les 15 minutes. Si ce taux de reproduction se maintient, combien y aura-t-il de cellules après 2,5 heures?