



MATHÉMATIQUE 5104-1
Optimisation II – Graphes
Forme C

Nom : _____

Date de naissance : _____

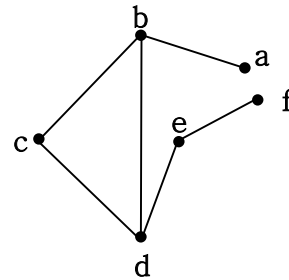
Date de passation : _____

Résultat /100

1. *Vrai ou faux.*

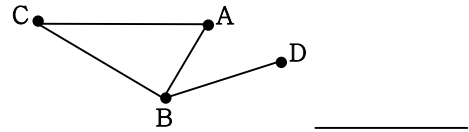
/10

- A) Ce graphe est d'ordre 6. _____
 Il possède deux sommets de degré 3. _____

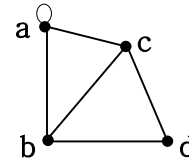


- B) Le graphe ci-contre illustre-t-il les liens entre les personnes?

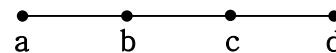
À la pause, Benoit discute de sa performance au hockey avec Alexandre, Carl et David. David préfère n'émettre aucun commentaire. Par contre, Alexandre et Carl s'entendent sur les excellents lancers au but de Benoit.



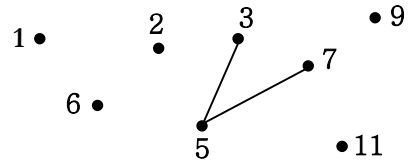
- C) Le sommet **a** est de degré 2. _____
 Le sommet **b** est de degré 3. _____
 Ce graphe représente une chaîne simple. _____



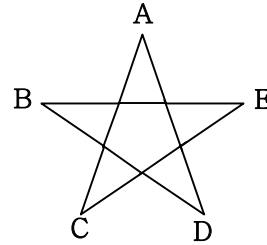
- D) Graphe dont l'ensemble des sommets est $\{a, b, c, d\}$. _____
 L'ensemble des arêtes est $\{ab, bc, cd\}$. _____



E) Graphe représentant des nombres premiers dont la différence est 2 ou -2 .

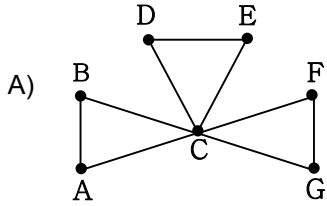


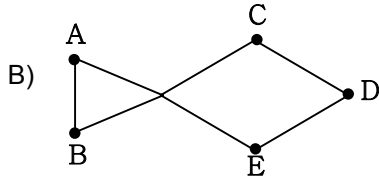
F) Ce graphe ne possède qu'un cycle simple.



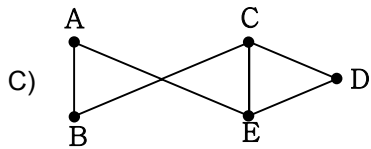
2. Identifiez s'il s'agit d'un chaîne eulérienne, d'un cycle eulérien, d'une chaîne hamiltonienne ou d'un cycle hamiltonien.

/5



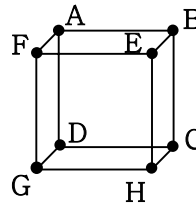


AEDCB est _____



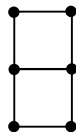
CDEABCE est _____

D) Le graphe ci-contre représente un cube.



ABEFGHCDA est _____

E) Le chiffre huit qui apparaît sur ta calculatrice est un graphe qui forme...



3. À partir de la question précédente, identifiez ceux qui correspondent aux énoncés suivants.

/5

A) Je suis une chaîne fermée qui passe par toutes les arêtes une et une seule fois et tous mes sommets sont de degré pair.

B) J'ai exactement deux sommets de degré impair.

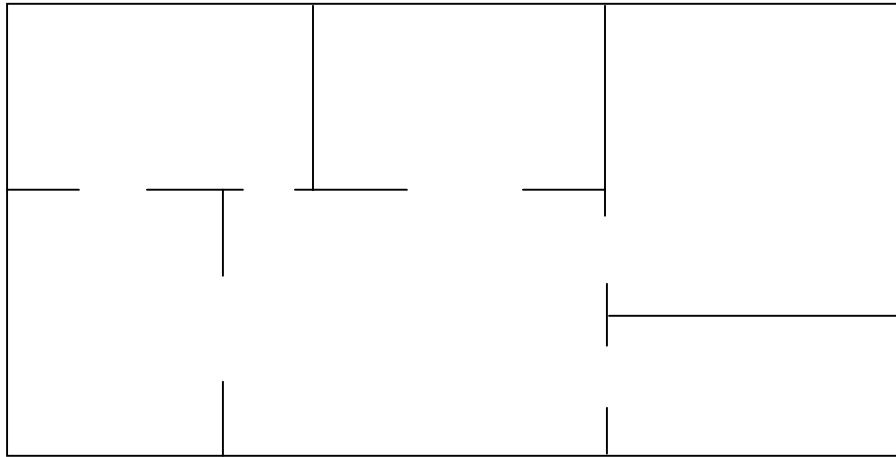
C) Dans un graphe connexe, ma chaîne ou mon cycle passe par tous les sommets une et une seule fois et revient au point de départ.

D) Dans un graphe connexe, ma chaîne ou mon cycle passe par tous les sommets une et une seule fois et ne revient pas au point de départ.

E) Je suis un graphe connexe.

4. Voici le plan d'un appartement composé de six pièces.

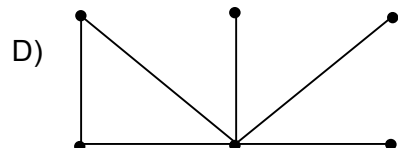
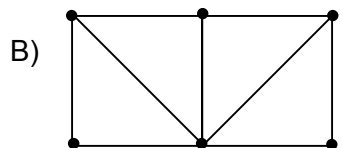
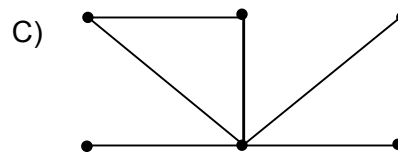
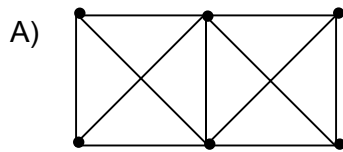
/5



(Source : Exercices complémentaires, MAT5104, Grics, question modifiée)

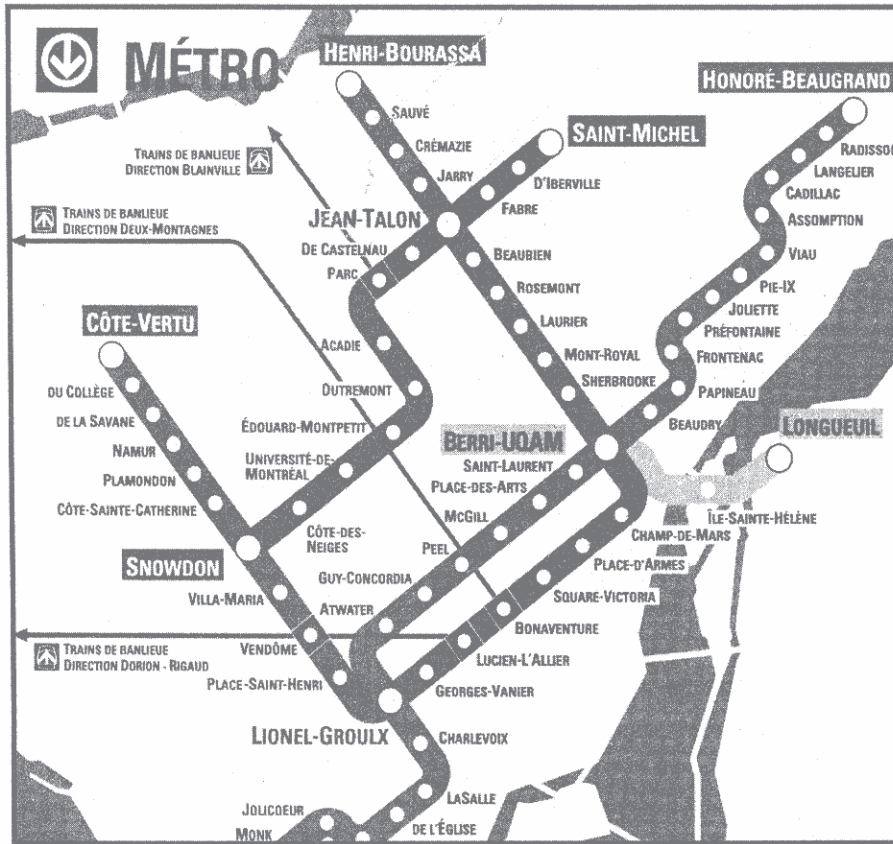
On veut représenter cet appartement par un graphe dont les sommets correspondent aux pièces de l'appartement et les arêtes, aux ouvertures entre les pièces.

Lequel des graphes suivants peut représenter cet appartement? _____



5. Le schéma ci-dessous illustre une partie du réseau du Métro de Montréal.

/5



Considérez comme sommets les abréviations des stations suivantes :

- B** Berri-UQUAM
- C** Côte-Vertu
- H** Henri-Bourassa
- O** Honoré-Beaugrand
- J** Jean-Talon
- L** Lionel-Groulx
- M** Saint-Michel
- S** Snowdon

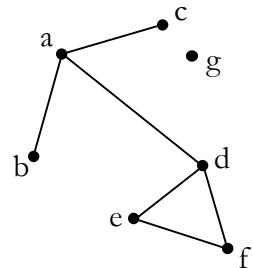
A) À partir de ce schéma, construisez deux graphes possibles correspondant au trajet illustré pour aller des stations Côte-Vertu à Henri-Bourassa.

B) Quelle ligne de métro suggérez-vous d'ajouter afin que le trajet Côte-vertu/Henri-Bourassa puisse être un cycle?

C) Lequel (ou lesquels) de vos graphes comporte maintenant un cycle eulérien? Expliquez pourquoi.

6. A) Le graphe ci-contre représente-t-il un arbre? Dites pourquoi.

/3

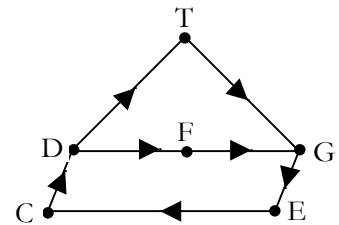


B) Que faut-il modifier à ce graphe pour obtenir un arbre?

7. Voici un chapeau de fête dont les sommets indiquent les parties du corps qu'il cache.

/5

(T) tête, (G) oreille gauche, (D) oreille droite, (F) front, (E) épaule, (C) cou.



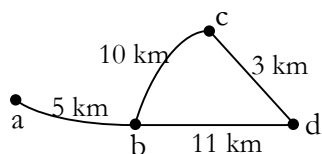
A) Quel est ce type de graphe?

B) Partant du cou, nomme tous les cycles que tu retrouves dans ce graphe.

C) Que faut-il ajouter à notre graphe pour que la partie avant de notre chapeau de fête constitue un cycle ? _____

8.

/2



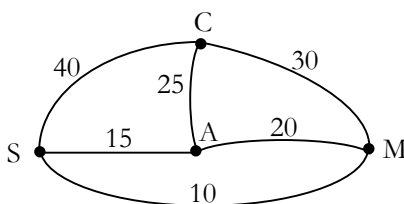
A) Quel est ce type de graphe ? _____

C) Que représente-t-il? _____

9. Sylvie, Mylène, Claudine et Audrey font du covoiturage tous les matins pour se rendre au Centre. Elles ont de la difficulté à organiser leur trajet.

/10

Le graphe ci-dessous illustre le temps requis, en minutes, pour se rendre chez l'une et chez l'autre.



Construisez l'arbre qui correspond au trajet le plus court pour passer par le domicile de chacune d'entre elles.

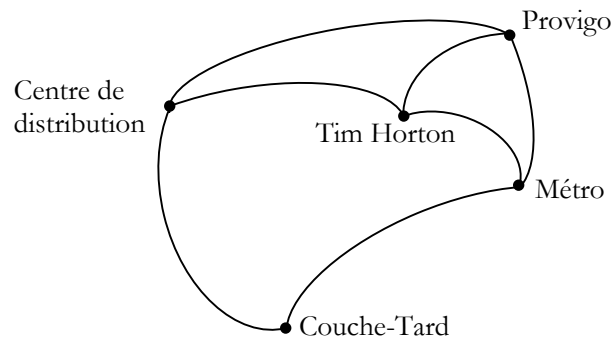
10. Aujourd'hui, Gilles distribue les produits laitiers pour la compagnie Parmalat dans la ville de Lactantia. Voici son horaire de travail.

/10

À 7 h 30	Départ du Centre de distribution
De 8 h 00 à 8 h 10	Livraison chez Couche-Tard
De 8 h 30 à 9 h 00	Livraison chez Métro
De 9 h 06 à 9 h 30	Livraison chez Tim Horton
De 9 h 45 à 10 h 30	Livraison chez Provigo
À 11 h 00	Retour au Centre de distribution

Le temps de trajet entre le Centre de distribution, Tim Horton et Métro est dans un rapport 3 : 1. Le temps du trajet entre Provigo et Métro est de 10 minutes.

- A) Complétez le graphe ci-dessous représentant le temps de déplacement de Gilles, en minutes.



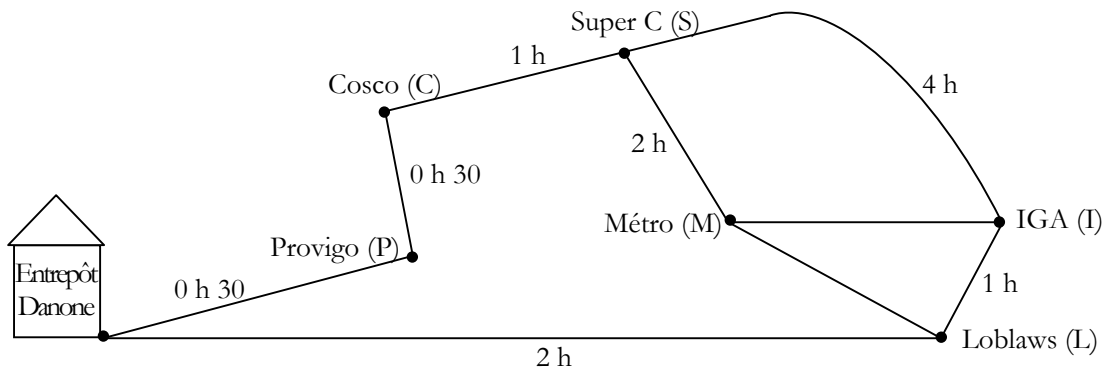
- B) Tracez le graphe qui représente le trajet optimal de Gilles pour réduire le temps de distribution dans la ville de Lactantia.

- C) Quelle serait alors l'heure de retour au centre de distribution supposant qu'il quitte le Centre à 7 h 30 comme à l'habitude? _____

Laissez les traces de votre démarche.

11. Le distributeur de produits Danone doit effectuer sa tournée dans les différents supermarchés de son secteur. Il quitte l'entrepôt à 7 h 30 le matin et il doit compter 20 minutes d'arrêt pour chacun des supermarchés visités.

/10



- A) Donnez deux trajets afin que le distributeur puisse effectuer sa tournée sans passer deux fois par le même supermarché. Son point de départ et d'arrivée est l'entrepôt Danone.

- B) Quel chemin devrait-il suivre s'il veut revenir à l'entrepôt le plus tôt possible?

- C) Combien de temps cela lui prendra-t-il pour effectuer sa tournée la plus rapide?

12. Marie adore pratiquer le ski. Du haut de la montagne (A), elle entreprend sa descente. Selon les diverses pistes choisies, elle peut s'arrêter pour admirer le paysage (B, C, D, E, F, G, H), puis poursuivre jusqu'au bas de la pente (I).

/10

Le tableau suivant indique les trajets de ski de Marie, les points d'arrêt, les distances en kilomètres, et le temps requis par Marie pour chacune des distances parcourues.

Trajets de descente	Longueur du trajet (en kilomètres)	Temps (en minutes)
AB	22	3,2
AH	40	5,6
BC	40	4,8
BF	35	4
HG	15	2,8
CD	15	3
GE	30	4
FE	30	3,7
DI	14	2,4
EI	5	1,8

- A) Tracez les graphes valués et orientés des trajets de descente en ski en indiquant les distances appropriées et les temps respectifs.

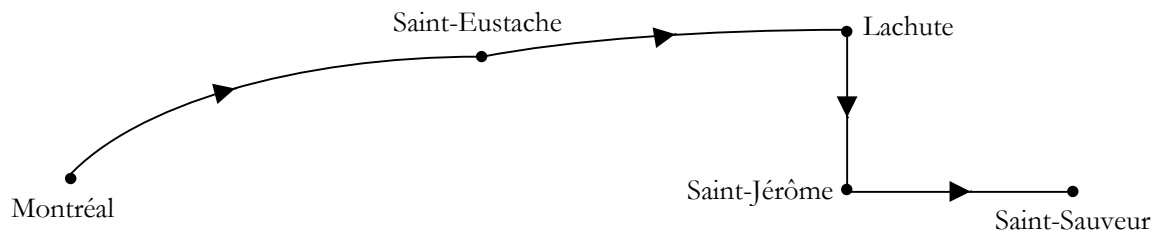
- B) Donnez le parcours le plus court emprunté par Marie du haut de la montagne jusqu'au bas compte tenu de la longueur des divers trajets parcourus.

Laissez les traces de votre démarche.

- C) Donnez le parcours que devrait emprunter Marie si du haut de la montagne elle veut effectuer sa descente la plus rapide. En combien de temps réalisera-t-elle cet exploit?

13. Sophie demeure à Montréal. Elle décide d'aller souper à Saint-Sauveur avec ses amies, Maude et Mélanie. Ces dernières demeurent respectivement à Saint-Jérôme et à Lachute et comptent sur Sophie pour assurer leur transport.

/10



Les tableaux ci-dessous indiquent le temps requis en voiture pour se déplacer d'une ville à une autre en tenant compte des limites de vitesse, des feux de circulation et en supposant une circulation fluide. Le trajet peut s'effectuer dans les deux sens et requiert le même temps.

Trajets	Temps (min)
ME	30
MV	15
MT	40
VE	18
VB	10
BE	6
BJ	20
BT	4
EL	35
TJ	20
JL	25
JS	12
LS	30

LÉGENDE DES VILLES

M	Montréal
E	Saint-Eustache
L	Lachute
B	Boisbriand
T	Sainte-Thérèse
J	Saint-Jérôme
S	Saint-Sauveur
V	Laval

- A) Représente par un graphe valué et orienté le trajet le plus rapide effectué par Sophie pour aller chercher ses amies et se rendre à Saint-Sauveur.

- B) Sophie a une réservation au restaurant à 19 h 00. À quelle heure devra-t-elle quitter son domicile pour être en temps, sachant qu'il lui faut prévoir 10 minutes lorsqu'elle fera monter à son bord chacune de ses amies? On suppose qu'elle emprunte le trajet le plus rapide.

Laissez des traces de votre démarche.

- C) Les trois amies ont bien des anecdotes à se raconter. Elles restent au restaurant près de 2 h 45. À quelle heure Maude sera-t-elle de retour chez elle?

Laissez des traces de votre démarche.

14. Vicky reçoit toute sa famille pour le souper du Nouvel An. Elle dresse la liste des tâches préparatoires au repas ainsi que le temps associé à chacune d'elles.

/10

Tâches	Temps (minute)	Préalables
1. Laver et badigeonner le gigot	10	Aucun
2. Cuire le gigot d'agneau	90	1
3. Laver et couper les légumes pour le potage	15	Aucun
4. Cuire les légumes du potage	20	3
5. Mettre en purée le potage	8	3 et 4
6. Préparer le riz	10	Aucun
7. Cuire le riz	23	7
8. Préparer la salade	15	Aucun
9. Préparer la sauce pour le gigot	15	2
10. Réchauffer au four : potage, riz et légumes	10	2
<i>Servir le repas accompagné d'un bon vin!</i>		

- A) À l'aide d'un graphe valué et orienté, déterminez le chemin critique de la préparation du repas du Nouvel An de Vicky.

B) Calculez le temps minimal de la réalisation de ses tâches. _____

C) Au moment où son gigot d'agneau est cuit, Vicky réalise qu'elle a oublié de préparer la mousse à l'érable qui accompagne son gâteau déjà prêt. Il lui faudra donc 20 minutes de plus pour accomplir cette tâche.

Cet ajout change-t-il le temps minimal de préparation du repas? _____

Si oui, de combien de minutes ? _____

Laissez les traces de cette modification sur votre graphe.