EUCLIDE d'Alexandrie, mathématicien grec, -330?/-260?
Auteur des ***Éléments***, ouvrage qui est le fondement de la géométrie dite euclidienne.
Pour en savoir plus : **www.chronomath.com**

MAT-4111
Complément et synthèse I
Pré-test A
Questionnaire

Louis-Marie Gaulin
Centre Odilon-Gauthier, Québec
Commission scolaire des Premières-Seigneuries
Avril 2005

Pour rétroaction : www.csdps.qc.ca/odilon-gauthier

TABLEAU DE PONDÉRATION

	SYSTÈMES D'ÉQUATIONS (15 %)	**OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS (10 %)**	**GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE (30 %)**	**GÉOMÉTRIE (45 %)**
OPÉRER (20 %)	Résoudre algébriquement un système d'équations à deux variables dont l'une est du 2e degré. **Dimension 1 : Q. 1 5 %**		Calculer l'aire d'un triangle ou d'un quadrilatère non rectangle. **Dimension 5 : Q. 5 10 %**	
			Déterminer l'équation d'une ligne remarquable d'un triangle. **Dimension 6 : Q. 6 5 %**	
ANA-LYSER (30 %)		Reconnaître le graphique résultant d'une opération sur deux fonctions représentées graphiquement. **Dimension 3 : Q. 3 5 %**	Démontrer l'appartenance d'un quadrilatère à une catégorie particulière de quadrilatères. **Dimension 7 : Q. 7 10 %**	
		Reconnaître le graphique résultant d'une opération sur deux fonctions décrites par des équations paramétriques. **Dimension 4 : Q. 4 5 %**	Compléter une démonstration d'une proposition relative au triangle ou au quadrilatère à l'aide de la géométrie analytique. **Dimension 8 : Q. 8 5 %**	Compléter une démonstration faisant appel aux concepts d'isométrie ou de similitude. **Dimension 9 : Q. 9 5 %**
SYNTHÉ-TISER (50 %)	Résoudre algébriquement un problème lié à un système d'équations à deux variables dont l'une est du 2e degré. Les équations ne sont pas données. **Dimension 2 : Q. 2 10 %**			Résoudre un problème portant sur des figures planes semblables. **Dimension 10 : Q. 10 10 %**
				Résoudre un problème portant sur des solides semblables. **Dimension 11 : Q. 11 10 %**
				Résoudre un problème portant sur des figures planes équivalentes. **Dimension 12 : Q. 12 10 %**
				Résoudre un problème portant sur des solides équivalents. **Dimension 13 : Q. 13 10 %**

NOTE : VOUS POUVEZ UTILISER LA LISTE DE FORMULES ET D'ÉNONCÉS DE GÉOMÉTRIE ANNEXÉE À CE TEST.

QUESTIONNAIRE

/5

1. Résolvez algébriquement le système d'équations ci-dessous.

$$y = -x^2 + 6x + 15$$

$$y = \frac{2x+4}{5}$$

Arrondissez, s'il y a lieu, votre (vos) réponse(s) au millième près.
Donnez tous les détails de votre solution.

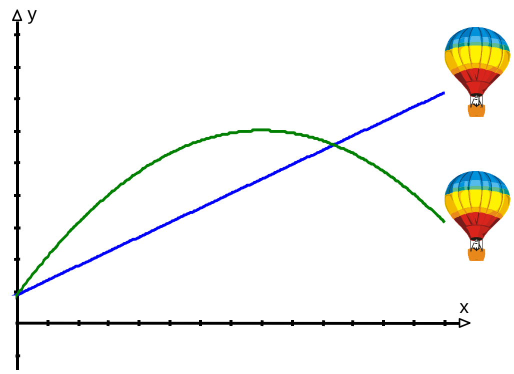
Couple(s)-solution(s) : _______________

/10

2. Deux montgolfières décollent au même moment d'une plate-forme et doivent se rencontrer à un point commun situé à une certaine altitude. La hauteur initiale des deux montgolfières est de 45 mètres. De plus, la trajectoire de chaque montgolfière est décrite comme suit.

Montgolfière 1 : trajectoire <u>linéaire</u> dont la hauteur après 20 minutes est de 90 mètres;

Montgolfière 2 : trajectoire <u>parabolique</u> dont la hauteur maximale est de 301 m, atteinte après 80 minutes.



Dans chaque cas, y représente la hauteur, en mètres, atteinte après x minutes.

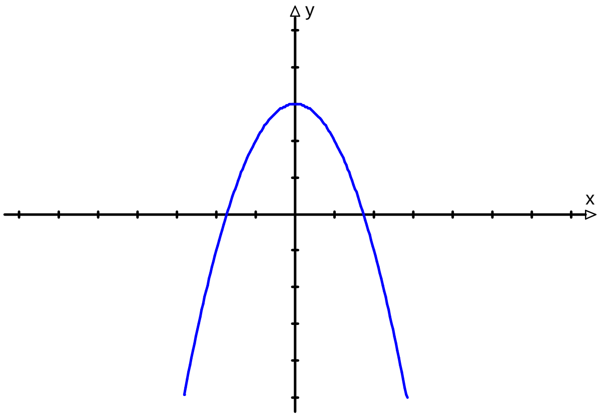
Quelle sera la différence d'altitude entre les deux montgolfières après 120 minutes ?

Donnez tous les détails de votre solution.

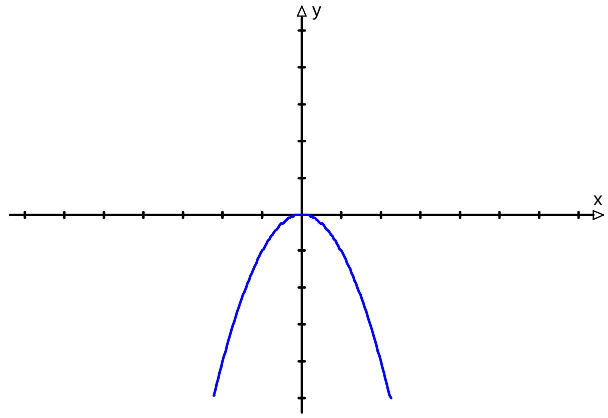
/5

3. Les graphiques suivants représentent les fonctions $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$:

Fonction *f*

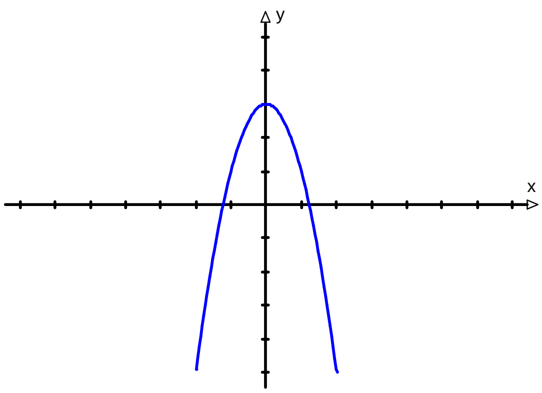


Fonction *g*

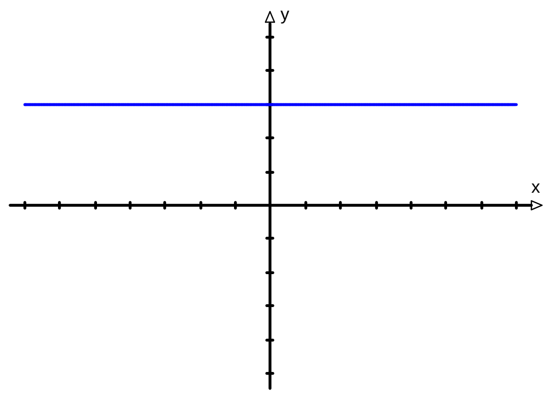


Lequel des graphiques suivants peut représenter $\boldsymbol{g - f}$?

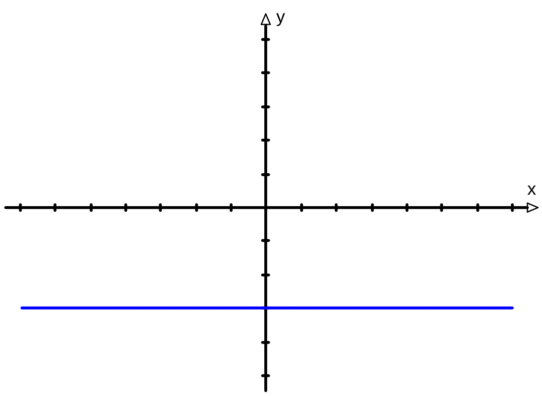
A)



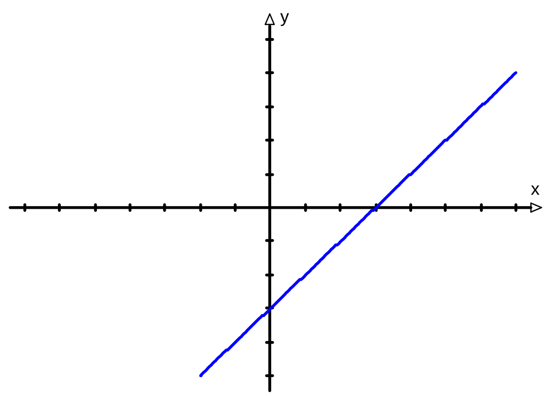
C)



B)



D)



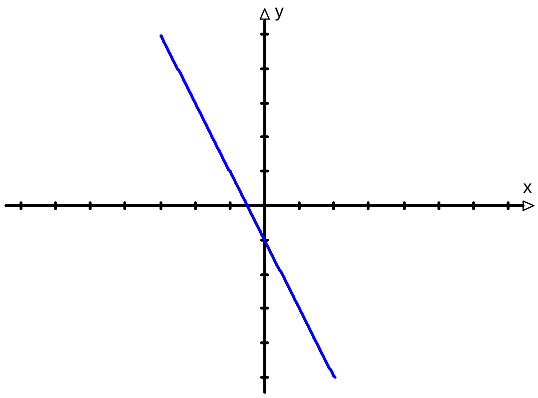
/5

4. Les fonctions f_1 et f_2 sont définies comme suit :

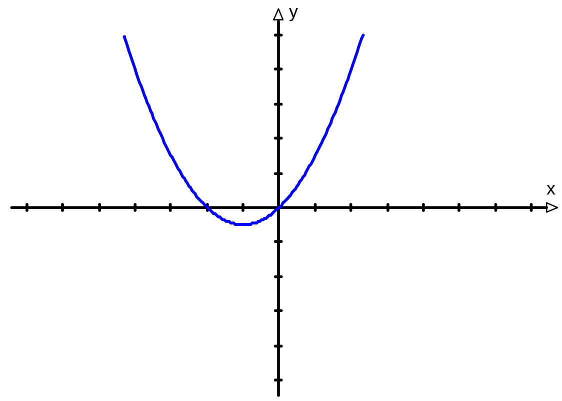
$f_1(x) = a_1x + b_1$ où $a_1 > 0$ et $b_1 > 0$;
$f_2(x) = b_2$ où $b_2 < 0$.

Lequel des graphiques suivants peut représenter $\boldsymbol{f_1 \cdot f_2}$ **?**

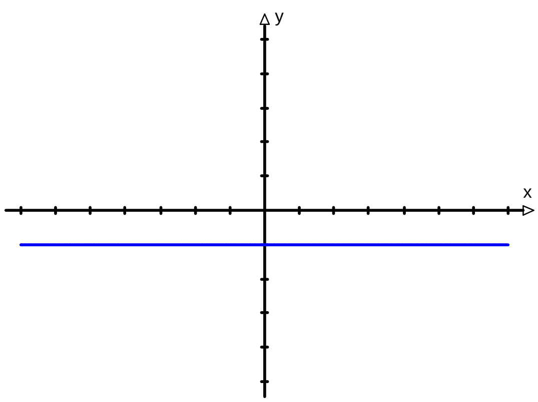
A)



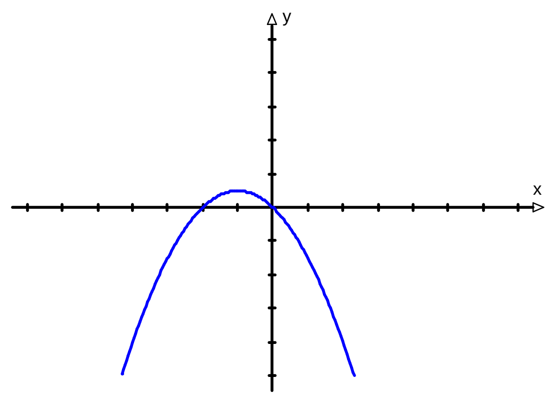
C)



B)

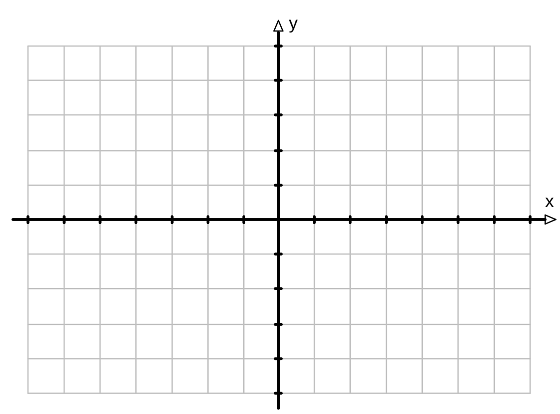


D)



Soit le triangle dont les sommets sont :

A (4, 1) ; B (6; – 3) ; C (–6; –1)



/10

5. Calculez l'aire du triangle ABC.
Donnez tous les détails de votre solution.
Arrondissez, s'il y a lieu, votre réponse à l'unité près.

/5

6. Trouvez l'équation de la médiatrice du côté BC.
Donnez tous les détails de votre solution.

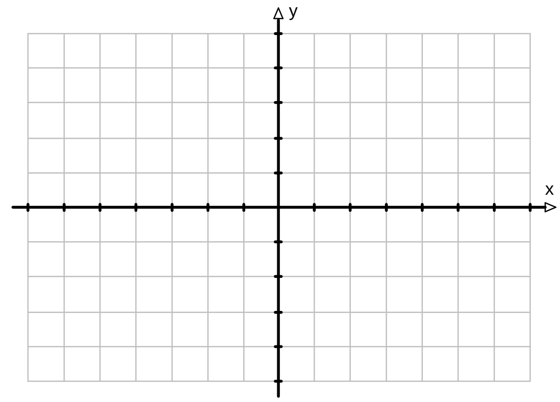
/10

7. Soit le quadrilatère dont les sommets sont :

A $(-32; 24)$; B $(8 , 16)$;
C $(40 , -32)$; D $(-40 ; -16)$.

Montrez que ce quadrilatère est un trapèze rectangle.

Justifiez les étapes de votre raisonnement. Une justification graphique seule ne suffit pas.

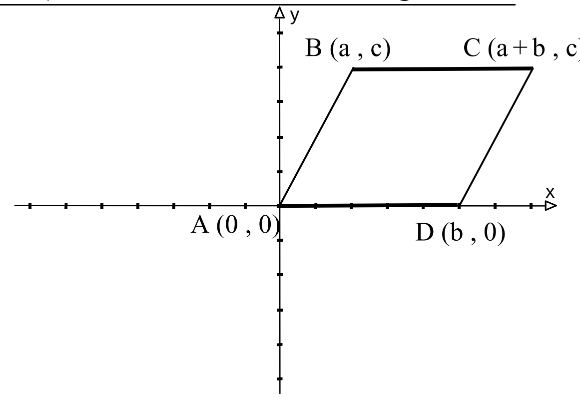


AFFIRMATION	**JUSTIFICATION** (nommez la formule utilisée aux endroits où vous utilisez une formule)

/5

8. À partir de la figure ci-contre, on veut démontrer que :

– le quadrilatère ABCD est un parallélogramme (ses côtés sont parallèles deux à deux) ;
– ses côtés sont congrus deux à deux.



Complétez la démonstration ci-dessous.

Démonstration :

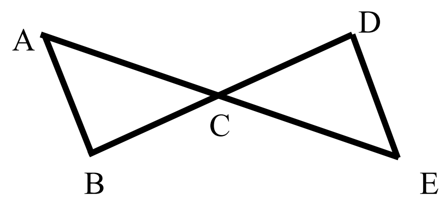
AFFIRMATION	JUSTIFICATION (écrivez la formule ou propriété utilisée.)
Étape 1 : pentes des côtés AD et BC	
$\mathbf{m_{AD}} = \frac{0-0}{b-0} = \frac{0}{b} = 0$ $\mathbf{m_{BC}} = \boxed{}$	
Donc : les côtés AD et BC sont __________	
Étape 2 : pentes des côtés AB et CD	
$\mathbf{m_{AB}} = \boxed{}$ $\mathbf{m_{CD}} = \boxed{}$	
Donc :	
Étape 3 : mesures des côtés AD et BC	
$m\overline{AD} = \sqrt{(b-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{b^2} = b$ $m\overline{BC} = \boxed{}$	
Donc : les côtés AD et BC sont __________	
Étape 4 : mesures des côtés AB et CD	
$m\overline{AB} = \boxed{}$ $m\overline{CD} = \boxed{}$	
Donc :	

/5

9. Dans la figure ci-dessous, le point C est le milieu des segments AE et BD.

Complétez la démonstration prouvant que les triangles ABC et DCE sont isométriques.

(NOTE : n'utilisez pas de formules de géométrie analytique comme à la question 8, mais employez les définitions et propriétés des figures géométriques, ainsi que les énoncés de géométrie de la liste annexée à ce test formatif.)



Hypothèses :

1. C est le point milieu du segment AE.
2. C est le point milieu du segment ___.

Conclusion :

Les triangles ABC et DCE sont ___________.

Démonstration :

AFFIRMATION	JUSTIFICATION (écrivez les propriétés ou théorèmes utilisés)
$m\overline{AC} = m\overline{CE}$	C est le point milieu du segment _____ .
COMPLÉTEZ :	COMPLÉTEZ :

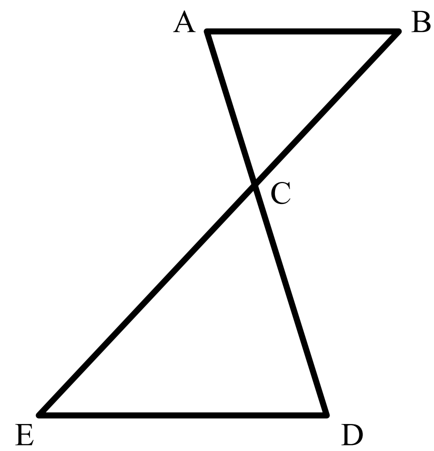
/10

10. Dans la figure ci-contre, les segments AB et DE sont parallèles et mesurent respectivement 5 cm et 12 cm. Le segment BC mesure 6 cm.

    L'angle CED mesure 50°.

    Calculez le périmètre du triangle CED .

    Donnez tous les détails de votre solution.
    Arrondissez votre réponse au dixième près.



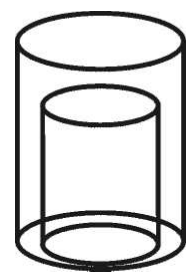
/10

11. Deux contenants cylindriques sont semblables et insérés l'un dans l'autre.

    Le rapport des aires de leurs bases est égal à $\frac{9}{25}$.
    Le volume du grand contenant est égal à 636 cm^3.

    Quel est le volume de la zone comprise entre le petit et le grand contenants ?

    Donnez tous les détails de votre solution.

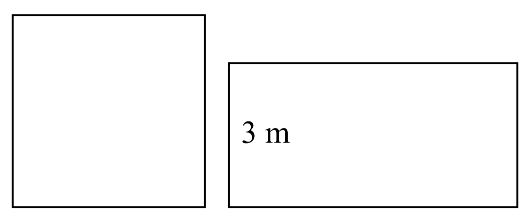


/10

12. Un carré et un rectangle sont équivalents. La largeur du rectangle mesure 3 mètres et sa longueur mesure 4 mètres de plus que le côté du carré.

    Quelle est la mesure du côté du carré ?

    Donnez tous les détails de votre solution.
    Arrondissez votre réponse au centième près.



/10

13. Un prisme à base rectangulaire et un cône sont équivalents. Le prisme possède les dimensions suivantes : longueur = 5 cm, largeur = 6 cm, hauteur = 2 cm. Le rayon de la base du cône mesure 3 cm .
    Quelle est la mesure de la hauteur du cône?

    Donnez tous les détails de votre solution.
    Arrondissez votre réponse au dixième près.

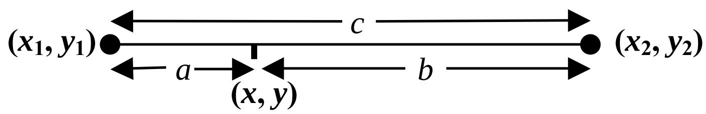
MAT-4111
Complément et synthèse I
Pré-tests
Annexe :
formules et énoncés de géométrie

Formules de géométrie analytique

Distance entre un point et une droite

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{ou} \quad d = \frac{|ax_1 - y_1 + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Point de partage d'un segment de droite



$$x = \frac{bx_1 + ax_2}{b + a} \qquad y = \frac{by_1 + ay_2}{b + a}$$

ou

$$x = x_1 + \frac{a}{c}(x_2 - x_1) \qquad y = y_1 + \frac{a}{c}(y_2 - y_1)$$

Distance entre deux points

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Formules de géométrie

Périmètre et aire des figures planes	
Périmètre = Somme de tous les côtés	
Aire du triangle : $A = \frac{b \times h}{2}$	Aire du trapèze : $\boldsymbol{A} = \frac{(B+b)\times h}{2}$
Aire du parallélogramme : $\boldsymbol{A = b \times h}$	Aire du losange : $\boldsymbol{A} = \frac{D \times d}{2}$

Solides

SOLIDE	**Formule d'aire latérale**	**Formule d'aire totale**	**Formule pour le volume**
CUBE	$\boldsymbol{A = 4\,c^2}$	$\boldsymbol{A = 6\,c^2}$	$\boldsymbol{V = c^3}$ ou *V = (aire de la base) (hauteur)*
PRISME RECTANGULAIRE	$\boldsymbol{A = 2\,h\,(L + l)}$	$\boldsymbol{A = 2(hL + h\,l + Ll)}$	$\boldsymbol{V = L \times l \times h}$ ou *V = (aire de la base) (hauteur)*
CYLINDRE	$\boldsymbol{A = 2\,\Pi\,r\,h}$	$\boldsymbol{A = 2\,\Pi\,r\,(h + r)}$	$\boldsymbol{V = \Pi\,r^2\,h}$ ou *V = (aire de la base) (hauteur)*
CÔNE	$\boldsymbol{A = \Pi\,r\,g}$	$\boldsymbol{A = \Pi\,r\,(g + r)}$	$\boldsymbol{V = \frac{1}{3}\Pi\,r^2\,h}$ ou $V = \frac{1}{3}$ *(aire de la base) (hauteur)*

ÉNONCÉS GÉOMÉTRIQUES DES COURS ANTÉRIEURS

ANGLES

1. Des angles adjacents qui ont leurs côtés extérieurs en ligne droite sont supplémentaires.
2. Les angles opposés par le sommet sont congrus.
3. Si une sécante coupe deux droites parallèles, alors :
    - les angles alternes-internes sont congrus;
    - les angles alternes-externes sont congrus;
    - les angles correspondants sont congrus.
4. Si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou alternes-externes) sont congrus, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.

TRIANGLES

5. La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180°.
6. Dans tout triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté.
7. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus.
8. Dans tout triangle équilatéral, les angles mesurent 60°.
9. Dans tout triangle isocèle, la médiatrice du côté adjacent aux angles congrus est la bissectrice, la médiane et la hauteur issues de l'angle opposé à ce côté.
10. Dans tout triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.
11. Dans tout triangle rectangle isocèle, chacun des angles aigus mesure 45°.
12. Théorème de Pythagore :
    Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés.
13. Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté soit égal à la somme des carrés des mesures des autres, il est rectangle.
14. Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
15. Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues congrus sont isométriques.
16. Deux triangles qui ont un angle congru compris entre des côtés homologues congrus sont isométriques.
17. Deux triangles qui ont un côté congru compris entre des angles homologues congrus sont isométriques.
18. Deux triangles qui ont deux angles homologues congrus sont semblables.
19. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
20. Deux triangles possédant un angle congru compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.

21. Rapport trigonométrique sinus dans un triangle rectangle :
    Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure de l'hypoténuse.

    $\sin A = \dfrac{a}{c}$ où a est la mesure du côté opposé à l'angle A
    et c est la mesure de l'hypoténuse.

22. Rapport trigonométrique cosinus dans un triangle rectangle :
    Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport obtenu en divisant la mesure du côté adjacent à cet angle par la mesure de l'hypoténuse.

    $\cos A = \dfrac{b}{c}$ où b est la mesure du côté adjacent à l'angle A
    et c est la mesure de l'hypoténuse.

23. Rapport trigonométrique tangente dans un triangle rectangle :
    Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu est égale au rapport obtenu en divisant la mesure du côté opposé à cet angle par la mesure du côté adjacent à celui-ci.

    $\tan A = \dfrac{a}{b}$ où a est la mesure du côté opposé à l'angle A
    et b est la mesure du côté adjacent à l'angle A.

24. Loi des sinus :
    Les mesures des côtés d'un triangle quelconque sont proportionnelles aux sinus des angles opposés à ces côtés.

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

25. Loi des cosinus :
    Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des deux autres côtés par le cosinus de l'angle compris.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

QUADRILATÈRES

26. Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus et les angles consécutifs sont supplémentaires.
27. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus.
28. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
29. Les diagonales d'un rectangle sont congrues.
30. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

CERCLES ET DISQUES

31. Tous les diamètres d'un cercle sont congrus.
32. Dans un cercle, la mesure d'un diamètre est égale au double de celle du rayon.
33. Dans un cercle, les axes de symétrie passent par le centre.
34. Dans un cercle, le rapport de la circonférence au diamètre est une constante que l'on représente par π :

    $C = \pi d$ ou $C = 2\pi r$, où C est la circonférence, d est le diamètre et r est le rayon.
35. L'aire d'un disque est égale à πr^2 :

    $A = \pi r^2$, où A est l'aire et r est le rayon.

ÉNONCÉS GÉOMÉTRIQUES DU COURS MAT-4111

ISOMÉTRIES ET FIGURES ISOMÉTRIQUES

36. Une transformation isométrique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, les distances et les mesures des angles. Les translations et les rotations conservent en plus l'orientation du plan.
37. Toute translation transforme une droite en une droite parallèle.
38. Des figures planes ou des solides sont isométriques si et seulement s'il existe une isométrie qui associe une figure à l'autre.
39. Dans les figures planes ou solides isométriques, les éléments suivants ont la même mesure :
    - les segments et angles homologues;
    - les périmètres;
    - les aires;
    - les volumes.
40. Tout point de la médiatrice d’un segment est situé à égale distance des deux extrémités de ce segment.
41. Tout point de la bissectrice d’un angle est situé à égale distance des côtés de cet angle.
42. Dans tout triangle rectangle, la mesure de la médiane relative à l’hypoténuse est égale à la demi-mesure de l’hypoténuse.
43. Dans tout triangle, les trois médiatrices concourent en un même point équidistant des trois sommets.
44. Dans un polygone convexe, les diagonales issues d'un sommet divisent ce polygone en autant de triangles qu'il y a de côtés moins deux.
45. La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est égale à autant de fois 180° qu'il a de côtés moins deux.
46. La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe est égale à 360°.

SIMILITUDES ET FIGURES SEMBLABLES

47. Toute transformation homothétique conserve la colinéarité, le parallélisme, l'ordre des points, l'orientation du plan, les mesures des angles et le rapport des distances.
48. Toute homothétie transforme une droite en une droite parallèle.
49. Des figures planes ou des solides sont semblables si et seulement s'il existe une similitude qui associe une figure à l'autre.
50. Dans des figures planes ou des solides semblables :
    - le rapport entre les mesures de segments homologues est égal au rapport de similitude;
    - le rapport entre les mesures d'angles homologues est 1;
    - le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude;
    - le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport de similitude.
51. Des figures planes ou des solides dont le rapport de similitude est 1 sont isométriques.
52. Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un petit triangle semblable au grand.
53. Des sécantes, coupées par des parallèles, sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
54. Le segment de droite qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est la moitié de celle du troisième côté.
55. Dans tout triangle, les trois médianes concourent en un même point situé aux deux tiers de chacune à partir du sommet.