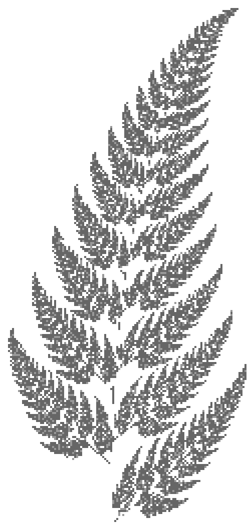
Ensembles, relations et fonctions

MAT-4109-1
Version A



Fougère fractale (branche de Barnsley)

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES
QUESTIONNAIRE

Louis-Marie Gaulin
Centre Odilon-Gauthier, Québec
Commission scolaire des Premières-Seigneuries
Mai 2005

Pour rétroaction : www.csdps.qc.ca/odilon-gauthier

DIMENSIONS 1-2

1. Soit les ensembles suivants :

$A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7 \}$ $B = [-2 , 11 [$ $C =] 3 , \infty$

D =

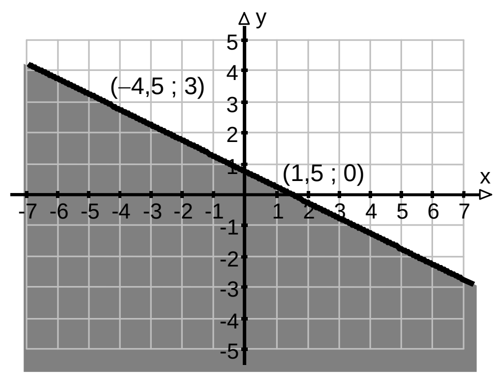
Effectuez les opérations décrites ci-dessous et exprimez le résultat sur la droite numérique, en compréhension et par intervalle(s) :

a) $A' \cup D$
b) $(A \cap C)'$
c) $D \setminus (A \cap B)$
d) $(A \setminus B)'$
e) $(C \cap B)'$
f) $C \cap B'$
g) $(A \cup B)'$
h) $C' \setminus A$
i) $B' \setminus D$
j) $A \cap B \setminus C$

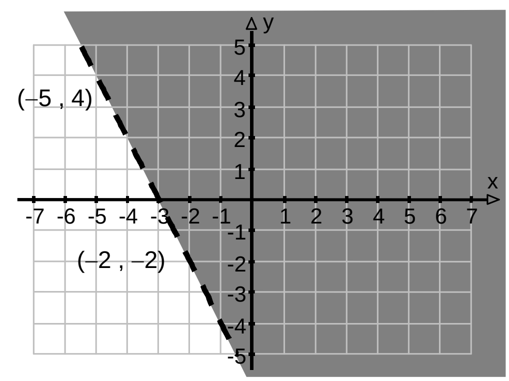
DIMENSION 3

Définissez en compréhension les relations représentées par les graphiques cartésiens suivants :

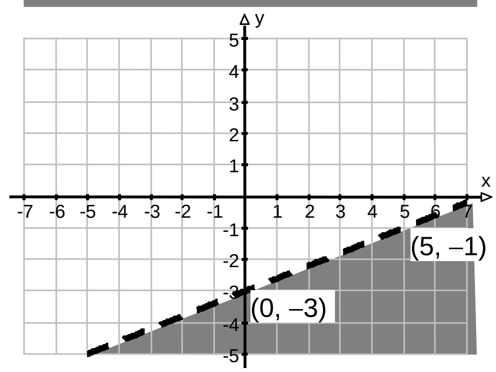
1.



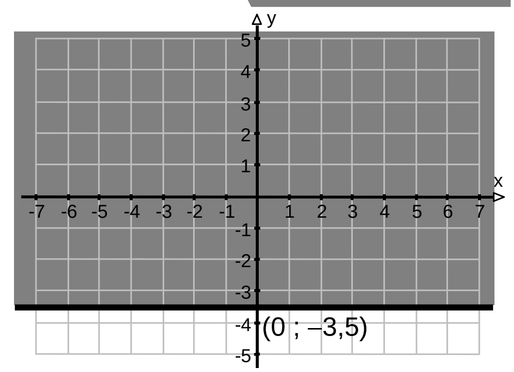
2.



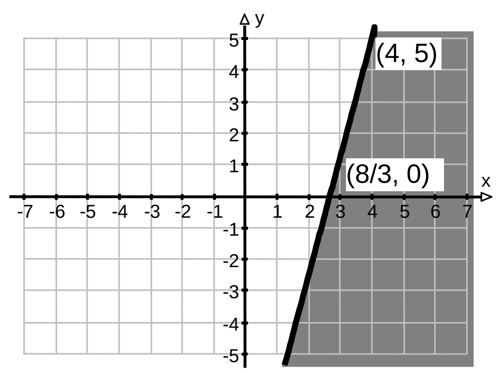
3.



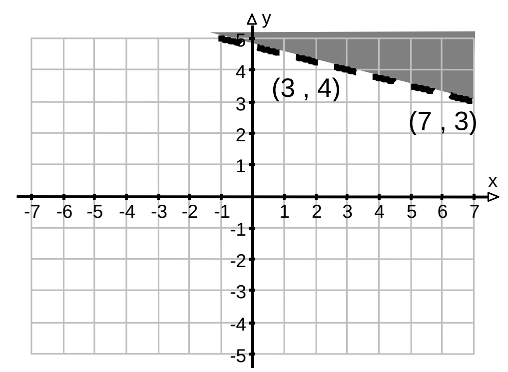
4.



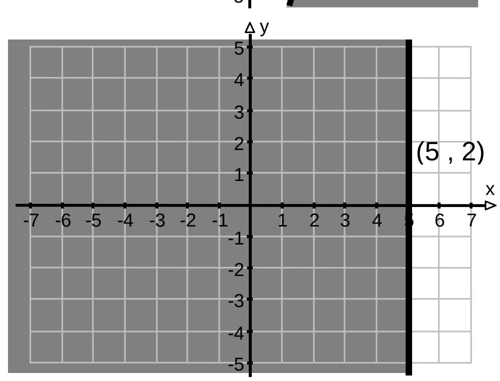
5.



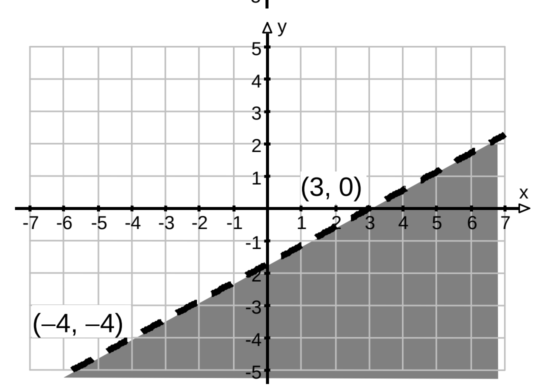
6.



7.



8.



DIMENSION 4

Représentez les relations suivantes à l'aide d'un graphique cartésien, puis déterminez le domaine et l'image de chacune de ces relations.

1. $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x + 2y < 6\}$
2. $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{y}{3} \geq \frac{x}{4} - 2\}$
3. $R_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x - 4y \geq -8\}$
4. $R_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3y - 2 \geq -8 - y\}$
5. $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x - y < 0\}$
6. $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{3x}{4} > -\frac{y}{2} + \frac{2}{5}\}$
7. $R_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{2x}{7} \geq 2x - \frac{15}{4}\}$
8. $R_8 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid -2 > 4x - 2y\}$
9. $R_9 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \frac{x}{2} + y - 1 \geq x + \frac{5}{4}y\}$

DIMENSION 5

Dans chacune des situations fonctionnelles suivantes, identifiez la variable dépendante et la variable indépendante :

1. Le coût d’une course en taxi comprend un tarif de base de 3,50 $, plus un tarif de 0,50 $ par kilomètre parcouru. On veut associer dans une table les coûts obtenus selon le nombre de kilomètres parcourus.

2. Les profits d’un fabricant automobile varient selon le nombre de voitures produites par année et le coût moyen de production d’une voiture, qui s’élève à 15 000 $. Le fabricant établit une projection de ses profits en estimant le nombre de voitures qui sera produite dans les prochaines années.

3. Un coureur de fond estime que son temps de course sur marathon s’améliorera de 2 minutes pour chaque heure consacrée au-delà de 8 heures par semaine à l’entraînement. Le coureur veut évaluer ses temps de course sur marathon correspondant à divers nombres d’heures d’entraînement par semaine.

4. Un indice, appelé Indice de Masse Coporelle (IMC), permet de vérifier si le poids d’une personne d’une taille donnée correspond à un poids santé ou non. On calcule cet indice en divisant la masse d’une personne, en kilogrammes, par le carré de sa taille, en mètres. Un IMC compris entre 20 et 25 correspond à un poids santé. Un personne mesure 1,80 m et veut vérifier l’influence de diverses variations de sa masse (son poids) sur son IMC.

5. Une ingénieure veut tester la résistance d’un matériau en le soumettant à plusieurs charges différentes. Elle utilise une formule qui calcule un coefficient de résistance en fonction de la charge imposée au matériau.

6. Pour convertir en degrés Farenheit une température exprimée en degrés Celsius, on multiplie le nombre de degrés Celsius par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

7. Pour convertir en degrés Celsius une température exprimée en degrés Farenheit, on soustrait 32 au nombre de degrés Farenheit et on divise le résultat par 1,8.

8. Un montant de 10 000 $ est placé à un taux d’intérêt de 5 % par année. Un conseiller en placement doit calculer la valeur du placement pour une durée variant de 0 à 15 ans.

9. À partir d’une valeur initiale de 800 m, l’altitude d’un planeur diminue de 10 m par minute jusqu’à une altitude minimale de 500 m. Par la suite, des courants ascendants font grimper le planeur au même rythme jusqu’à une altitude de 600 m. On représente graphiquement l’altitude du planeur selon la durée du vol en minutes.

10. Une table d’impôt donne le pourcentage d’impôt à payer sur le revenu net des contribuables. Le pourcentage d’impôt est calculé pour divers intervalles de valeurs du revenu net.

DIMENSIONS 6-7

Pour chacune des fonctions dont la règle est donnée ci-dessous, déterminez :

- le domaine et l'image ;
- le maximum ou le minimum ;
- le(s) intervalle(s) de croissance et décroissance ;
- le(s) zéro(s) ;
- le(s) intervalle(s) sur lequel ou lesquels la fonction est positive ou négative ;
- l'ordonnée à l'origine ;
- l'image de l'élément du domaine demandé dans chaque cas ;
- le(s) élément(s) du domaine associé à l'image demandée dans chaque cas ;
- pour une fonction de degré 0 ou 1, le taux de variation et le type de variation ;
- pour une fonction de degré 2, l'équation de l'axe de symétrie et l'intervalle particulier demandé.

Règle de la fonction	Image particulière.	Élément(s) particulier(s) du domaine	Intervalle particulier
1. $y = \frac{9}{5}x + 32$	Image de 10 ;	Élément du domaine associé à 212.	
2. $y = 2x^2 - 5x$	Image de 0,5 ;	Éléments du domaine associé à 3;	Intervalle sur lequel la fonction est à la fois négative et croissante.
3. $y = \frac{5}{8}x$	Image de $\frac{1}{3}$;	Élément du domaine associé à -2;	
4. $y = \frac{5}{8}$	Image de 500 ;	Élément du domaine associé à 1 ;	
5. $y = -\frac{x^2}{2} + 3x - 4$	$f(-1)$;	Éléments du domaine associés à -4 ;	Intervalle sur lequel la fonction est à la fois positive et croissante.
6. $y = \frac{5}{9}(x - 32)$	$f(212)$;	Élément du domaine associé à -40 .	
7. $y = -100$	Image de -25 ;	Éléments du domaine associés à -100 .	
8. $y = -0{,}1x^2 + 8{,}1$	Image de -10 ;	Élément du domaine associé à 8,1 ;	Intervalle sur lequel la fonction est à la fois négative et décroissante.
9. $y = \frac{-x + 100}{10}$	$f(1\ 000)$;	Élément du domaine associé à 0,1 .	
10. $y = 0{,}2(x - 25)^2 + 20$	$f(100)$;	Élément(s) du domaine associé(s) à 10 ;	Intervalle sur lequel la fonction est à la fois positive et décroissante.

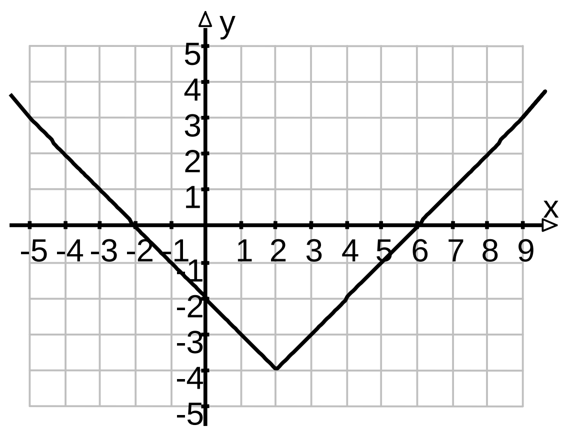
DIMENSION 8

Pour chacune des fonctions dont la représentation graphique apparaît ci-dessous, déterminez :

- le domaine et l'image ;
- le maximum et / ou le minimum ;
- le(s) intervalle(s) de croissance et décroissance ;
- le(s) zéro(s) ;
- le(s) intervalle(s) sur lequel ou lesquels la fonction est positive ou négative ;
- l'ordonnée à l'origine ;
- les particularités demandées dans chaque cas.

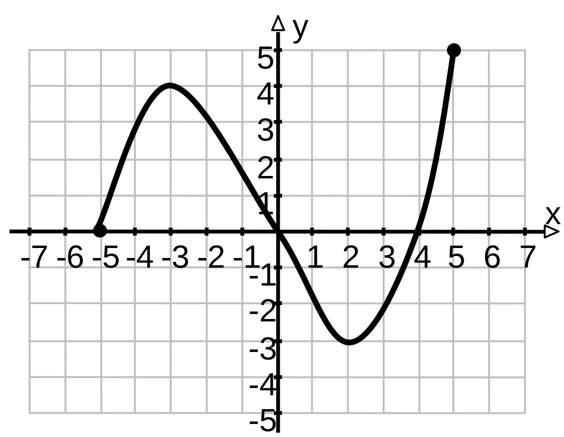
Graphique de la fonction — Particularités

1.



- Image de 4 ;
- Éléments du domaine associés à 1 ;
- Équation de l'axe de symétrie.

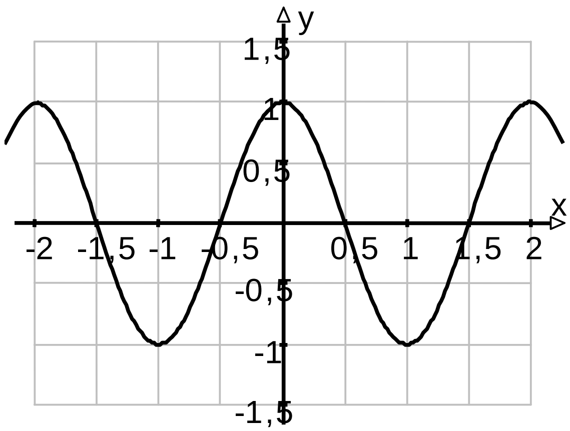
2.



- $f(5)$;
- Intervalle sur lequel la fonction est à la fois négative et décroissante.

Graphique de la fonction	Particularités

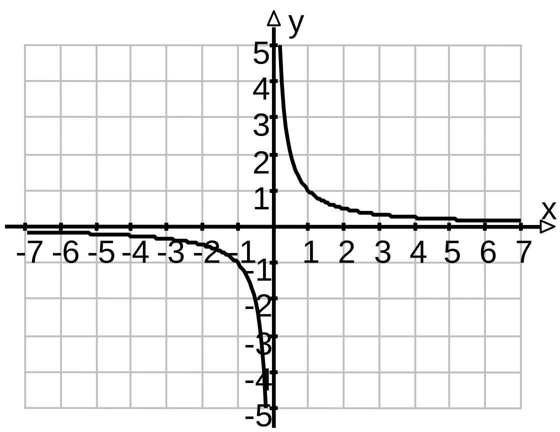
3.



Note : considérez que le même tracé se répète périodiquement à gauche et à droite sans limites.

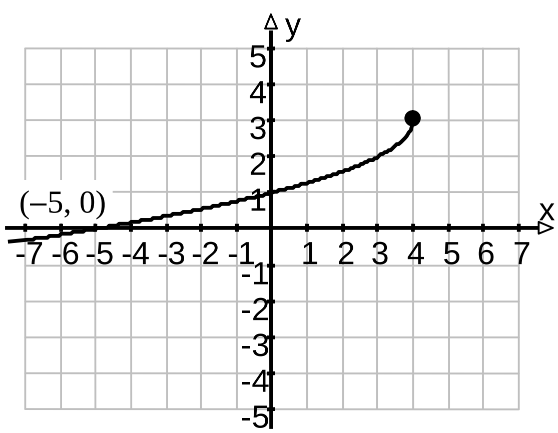
- $f(0)$;
- Sous-intervalle de [−1,5; 0,5] sur lequel la fonction est à la fois positive et croissante.

4.



Note : considérez que les deux « branches » de ce graphique se prolongent indéfiniment vers le haut et le bas, ainsi que vers la gauche et la droite, sans toucher aux axes.

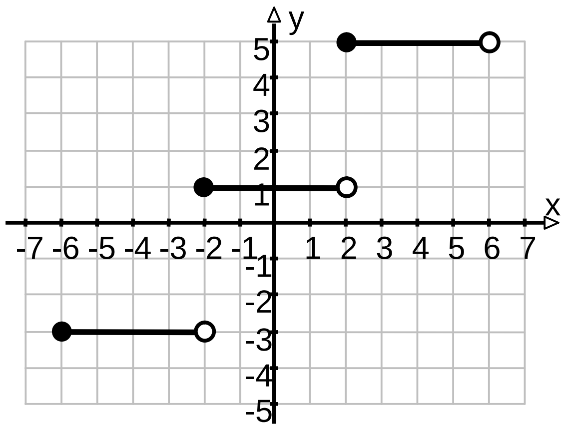
5.



- $f(3)$.

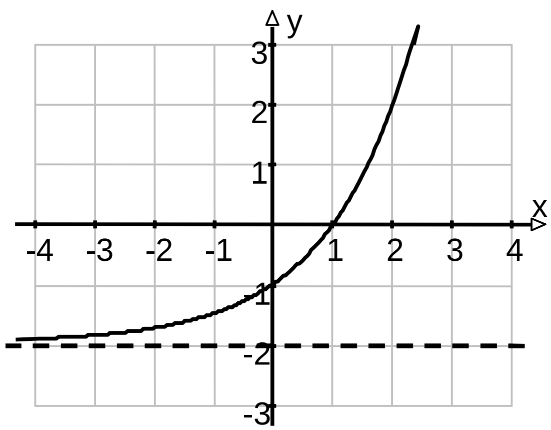
Graphique de la fonction	Particularités

6.



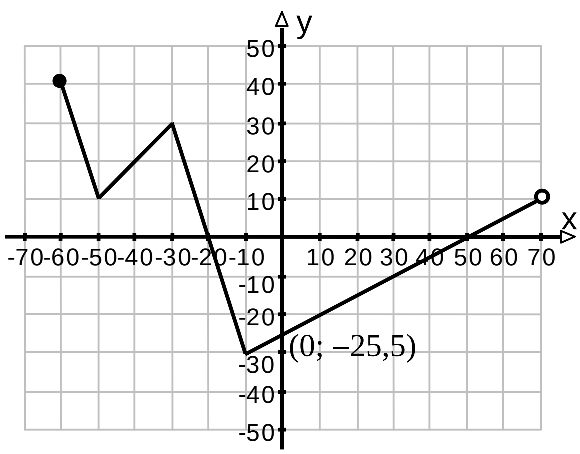
- Image de –3,5;
- $f(2)$;
- Élément(s) du domaine associé(s) à l'image 1.

7.



Note : considérez que ce graphique se prolonge indéfiniment vers le haut, ainsi que vers la gauche, sans toucher à la droite d'équation y = –2.

8.



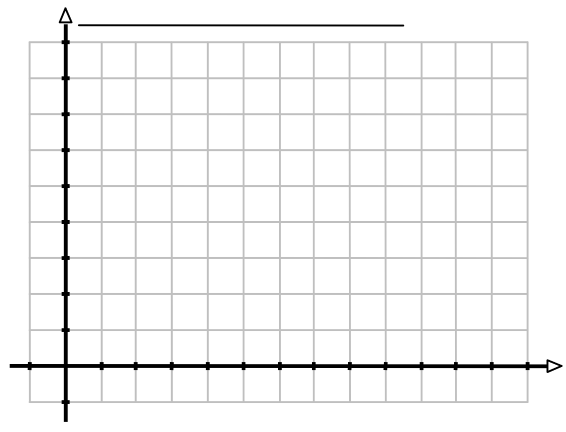
- Image de 30.
- Intervalle sur lequel la fonction est à la fois négative et croissante.

DIMENSION 9

1. Pour évaluer le nombre d'années que mettra un placement à doubler en valeur, les conseillers en placement utilisent une formule appelée « formule du 72 ». Cette formule consiste à diviser 72 par le taux d'intérêt annuel du placement, exprimé en pourcentage. Complétez la table de valeurs suivante :

Taux d'intérêt annuel (en %)	1	2	4	6	8	10	12
Nombre d'années	72	36					

Tracez le graphique correspondant à cette situation fonctionnelle, en identifiant clairement les axes, puis répondez aux questions indiquées :



a) De quel type de variation s'agit-il?

b) Si le taux d'intérêt varie de 1% à 20 %, quelle est l'image de cette fonction?

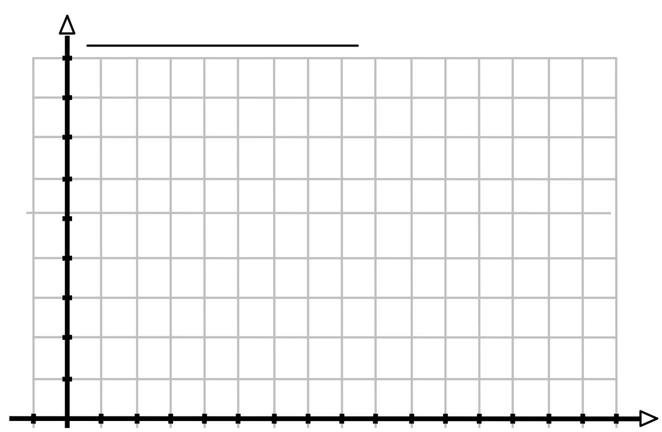
2. Dans un triangle rectangle, l'un des côtés de l'angle droit mesure 5 unités. On peut ainsi construire une infinité de triangles rectangles en élevant au carré la mesure du 2^e côté de l'angle droit, puis en calculant la mesure de l'hypoténuse à l'aide du théorème de Pythagore. Complétez la table de valeurs suivante :

Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

Carré de la mesure du 2^e côté de l'angle droit	25 (5^2)	100 (10^2)	144 (12^2)	400 (20^2)	1600 (40^2)
Mesure de l'hypoténuse	7,1				

a) De quel type de fonction s'agit-il?

b) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante ? Justifiez votre réponse.



3. Au village de Lake Louise, en Alberta, on observe les températures normales de saison suivantes selon les mois de l'année :

Mois	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Max. (°C) quotidien	-7,5	-2,0	2,2	7,1	12,8	17,2	20,4	20,1	14,3	7,9	-1,7	-7,6

(Source : Site Internet d'information aux visiteurs, Parc national de Banff, Canada)

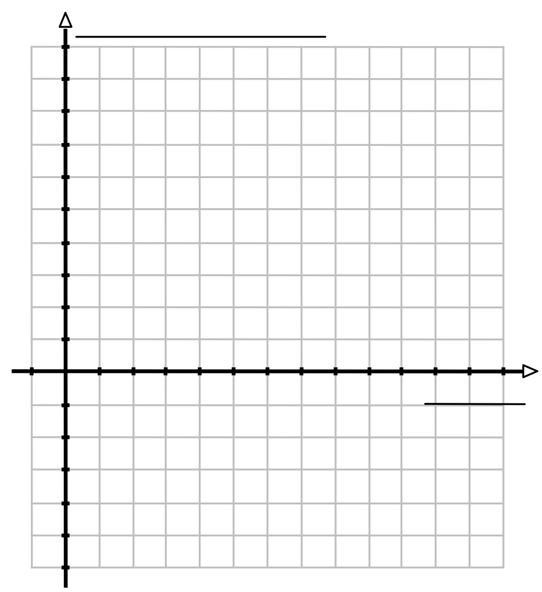
Une méthode mathématique, la régression, permet de trouver l'équation d'une courbe mathématique représentant ces données. Dans ce cas-ci, cela revient approximativement à appliquer les facteurs de correction suivants aux températures observées :

Mois	Jan.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Correction	–3,7	–0,1	+3,2	+4	+2,2	–0,1	–3	–4,1	–1,4	+0	+2,9	+0,3

Complétez la table de valeurs suivante en appliquant à la température de chaque mois (tableau 1) la correction indiquée dans le tableau 2 :

Mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Max. (°C) corrigé												

Tracez le graphique correspondant à cette situation fonctionnelle, en identifiant clairement les axes, puis répondez aux questions indiquées :



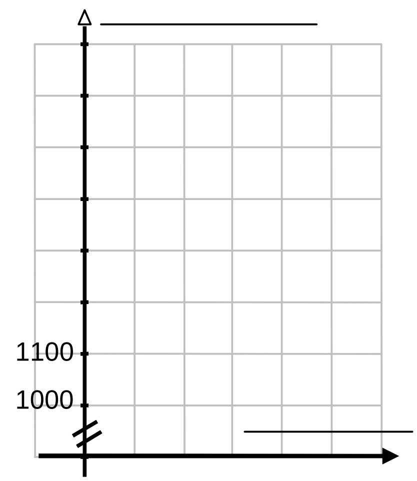
a) De quel type de variation s'agit-il?

b) Quel est l'intervalle de croissance (arrondi à l'unité près) de cette fonction ?

4. Un montant de 1 000 $ est placé est à un taux d'intérêt annuel de 10 %. D'une année à l'autre, le montant du placement est donc égal à 1,1 fois le montant de l'année précédente. Complétez la table de valeurs suivante :

Nombre d'années	0	1	2	3	4	5	6
Montant du placement	1 000 $	1 100 $					

Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.



a) De quel type de variation s'agit-il?

b) Si on prolonge la durée du placement, de combien le placement augmentera-t-il entre la 6e et la 10e années ? Justifiez votre réponse.

5. Pendant une plongée, des plongeurs professionnels plongent à 30 m sous l'eau pendant 85 minutes, puis doivent suivre des paliers de décompression pour remonter à la surface :

Profondeur du palier de décompression	Durée de l'arrêt à cette profondeur
9 m	5 min.
6 m	25 min.
3 m	60 min.

Ils demeurent ensuite à la surface pendant 5 minutes avant de grimper sur un bateau. Complétez la table de valeurs suivante :

Durée (minutes)	[0,85[	[85,90[	[90,115[	[115, 175[	[175,180[
Profondeur (mètres)					

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il?

c) Quelle est l'image de cette fonction?

6. Pour calculer rapidement la somme de tous les entiers allant de 1 à 100, une formule rapide consiste à multiplier 100 par 101 (l'entier suivant), puis à diviser le résultat par 2, ce qui donne 5 050. Cette formule fonctionne pour tous les entiers positifs. Complétez la table de valeurs suivante :

Entier *x*	1	5	10	25	50	65
Somme des entiers allant de 1 à *x*	1					

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il ?

c) Quelle est l'image de cette fonction ?

7. Des roues d'engrenage de dimensions variées (en nombre de dents) tournent à des vitesses diverses (en nombre de tours à la minute). Lorsqu'on multiplie le nombre de dents de chaque roue par son nombre de tours à la minute, on obtient une constante, soit 2 500.

Par exemple, pour une roue de 5 dents tournant à 500 tours par minute, on obtient $10 \times 250 = 2\,500$. Complétez la table de valeurs suivante :

Nombre de dents	5	10	20	25	40	50
Nombre de tours à la minute	500					

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il ?

c) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante ? Justifiez votre réponse.

8. Une table d'impôt est construite comme suit :

- Pour un revenu imposable inférieur à 10 000 $ par année, on ne paie aucun impôt.
- Pour un revenu imposable allant de 10 000 $ à 25 000 $ (exclusivement), le taux d'imposition est égal à 15 %.
- Pour chaque tranche de 15 000 $ supplémentaire dans le revenu imposable, le taux d'imposition augmente de 7,5 %, jusqu'à un maximum de 45 %.

Complétez la table de valeurs suivante :

Revenu imposable ($)	[0, 10 000[	[10 000, 25 000[	[25 000, 40 000[	[40 000, 55 000[	[55 000, 70 000[	70 000 et plus
Taux d'imposition (%)	0					

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il ?

c) Quelle est la différence entre l'impôt payé par un contribuable qui gagne 25 000 $ par année et un contribuable qui gagne 45 000 $ par année ? Donnez les détails de vos calculs.

9. Par une journée chaude de printemps, le taux de fonte de la neige au sol est rapide. À chaque heure de la journée, le niveau de neige au sol (en cm) est égal aux $\frac{3}{4}$ du niveau observé à l'heure précédente. Initialement, il y a 40 cm de neige au sol.

Complétez la table de valeurs suivante :

Nombre d'heures	0	1	2	4	8	10
Niveau de neige au sol (cm)	40					

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il ?

c) Théoriquement, quelle est l'image de cette fonction ? Expliquez en quoi cette image est théorique.

10. Une pierre tombe d'une falaise haute de 100 mètres. Pour calculer la hauteur h (en mètres) atteinte après t secondes, on utilise la formule $d = 100 - 4,9t^2$. Calculez le temps que met la pierre à atteindre des hauteurs données en complétant la table de valeurs suivante :

Hauteur (m)	0	10	25	50	75	100
Temps (sec.)						0

a) Tracez le graphique correspondant à cette situation, en identifiant clairement les axes.

b) De quel type de variation s'agit-il ?

c) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante ? Justifiez votre réponse.

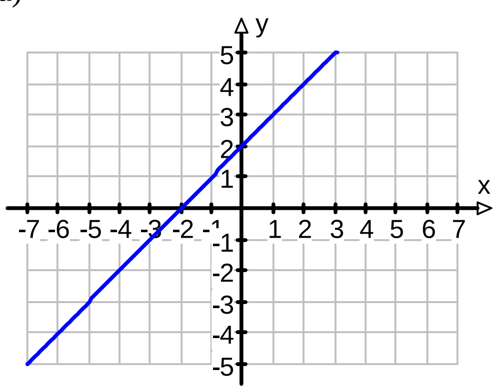
DIMENSION 10

<u>Pour toutes les questions de la dimension 10</u> :

Parmi les 6 représentations de fonctions qui sont données dans chaque cas, identifiez celles qui correspondent à une même fonction. Pour chaque question, il peut arriver qu'une ou plusieurs des fonctions présentées ne correspondent à aucune autre.

1.

a)



b)

x	y
–10	12
–5	7
0	2
5	–3
10	–8

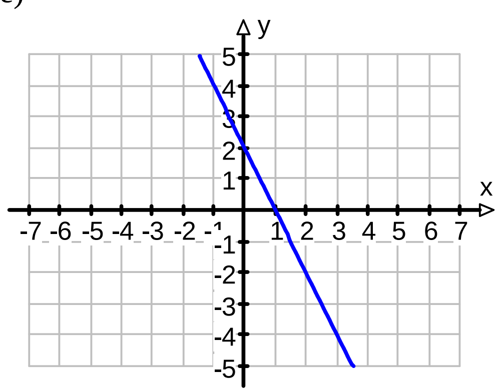
c)

$y = x + 2$

d)

L'image d'un élément est obtenue en ajoutant 2 à son opposé.

e)



f)

$y = -x + 2$

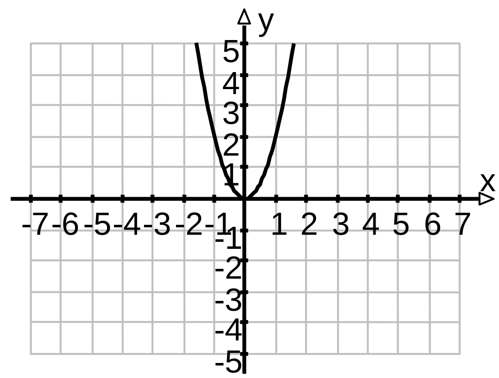
Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : ____________
Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : ____________
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : __________

2.

a)

L'image d'un élément est obtenue en divisant par 2 le carré de cet élément.

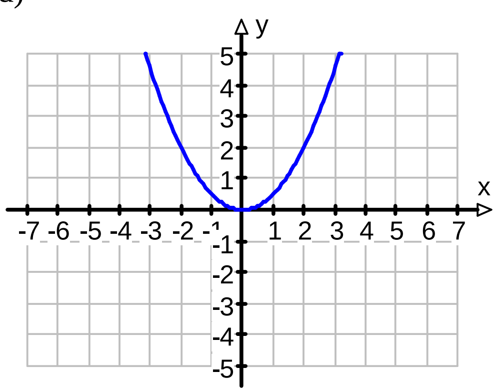
b)



c)

x	y
–2	8
–1	4
0	0
1	4
2	8

d)



e)

$y = -2x^2$

f)

x	y
–2	4
–1	1
0	0
1	1
2	4

Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : _____________
Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : _____________
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : ___________

3.

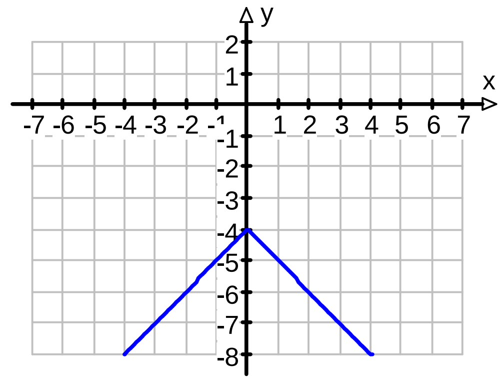
a)

$y = |x - 4|$

b)

L'image d'un élément est obtenue en retranchant 4 à la valeur absolue de cet élément.

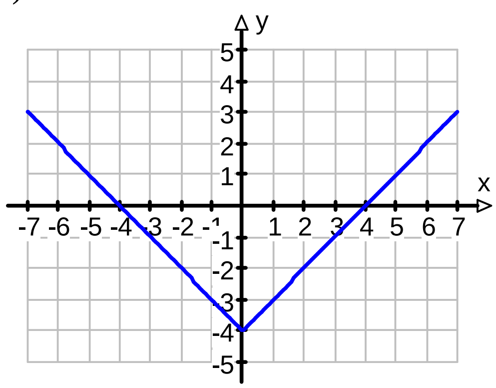
c)



d)

x	y
-2	-2
-1	-3
0	-4
1	-3
2	-2

e)



f)

L'image d'un élément est obtenue en retranchant 4 à cet élément, puis en rendant positif le résultat.

Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : _____________
Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : _____________
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : ___________

4.

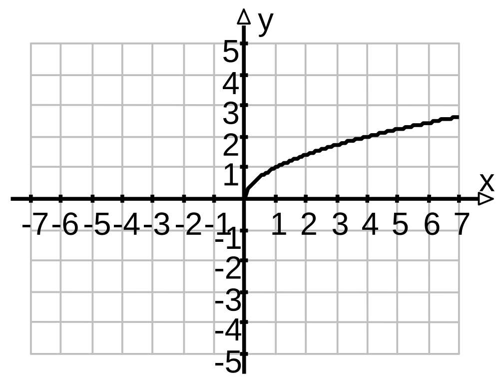
a)

x	y
–16	–4
–9	–3
–4	–2
–1	–1
0	0

b)

$y = -\sqrt{x}$

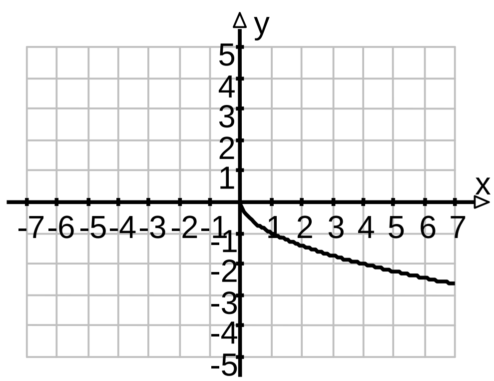
c)



d)

$y = \sqrt{x}$

e)



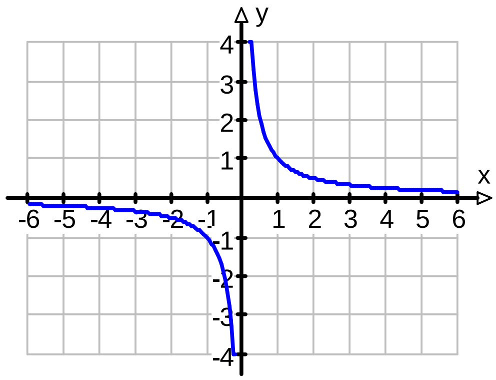
f)

L'image d'un élément est obtenue en extrayant la racine carrée positive de l'opposé de cet élément.

Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : ____________
Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : ____________
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : __________

5.

a)



b)

L'image d'un élément est obtenue en trouvant son inverse multiplicatif.

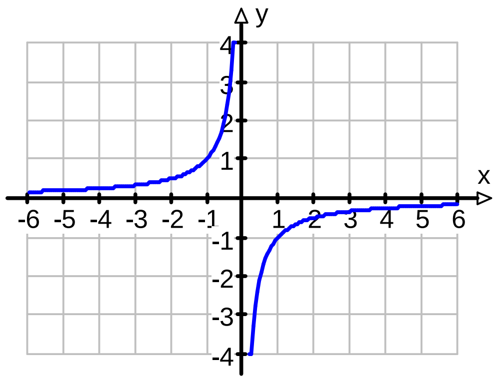
c)

$$y = \frac{1}{x}$$

d)

x	y
–4	–0,25
–2	–0,5
0	Non défini
0,5	2
0,25	4

e)



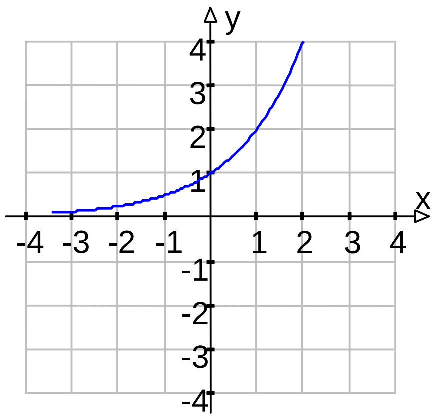
f)

x	y
–4	0,25
–2	0,5
0	Non défini
0,5	–2
0,25	–4

Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : _____________
Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : _____________
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : ___________

6.

a)



b)

$y = -2^x$

c)

x	y
–2	4
–1	2
0	1
1	0,5
2	0,25

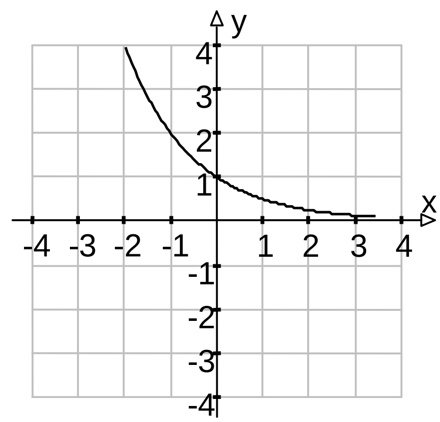
d)

L'image d'un élément x est obtenue en élevant $\frac{1}{2}$ à la puissance x.

e)

$y = 2^x$

f)



Les choix correspondant à une même fonction f_1 sont : _____________

Les choix correspondant à une même fonction f_2 sont : _____________

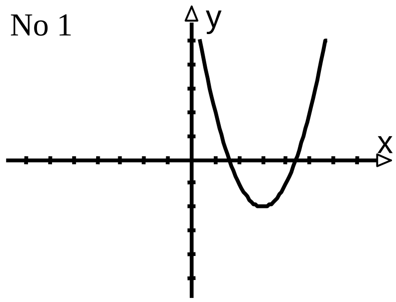
Les choix ne correspondant à aucune autre fonction sont : ___________

DIMENSION 11 :
VOIR DIMENSION 8

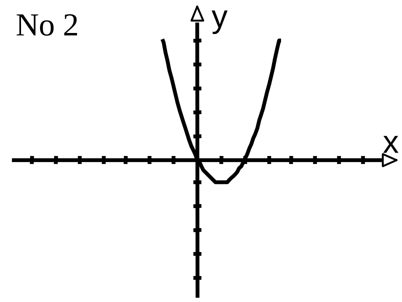
DIMENSION 12

1. Voici les graphiques de 12 fonctions :

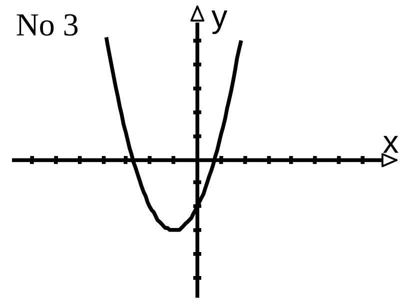
No 1



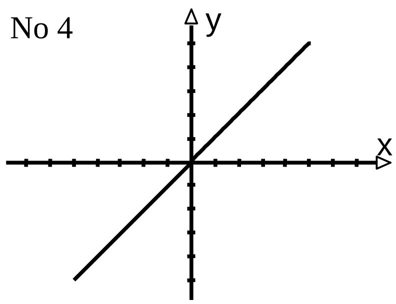
No 2



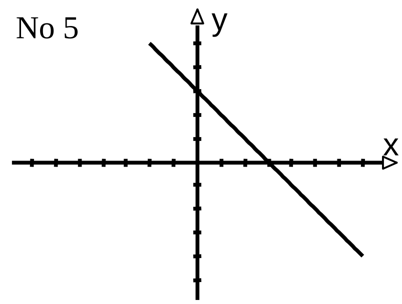
No 3



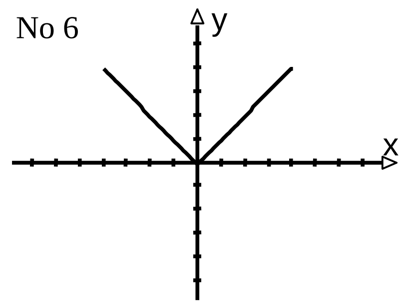
No 4



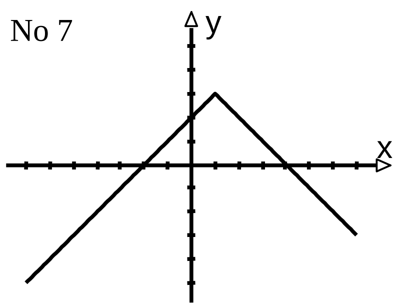
No 5



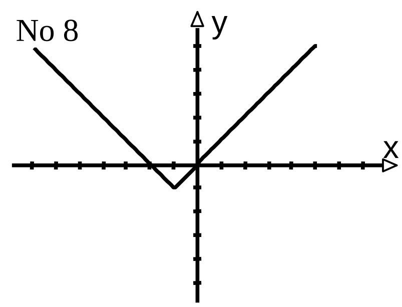
No 6



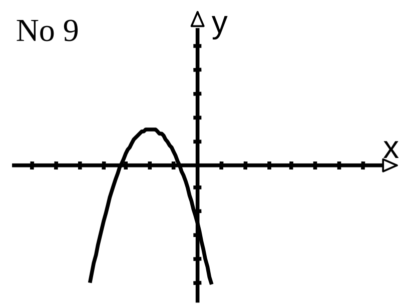
No 7



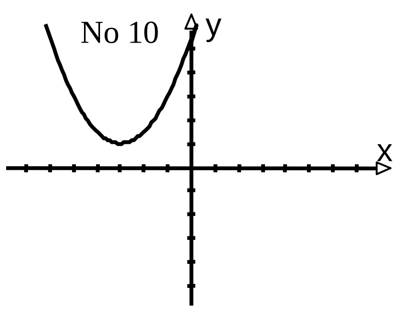
No 8



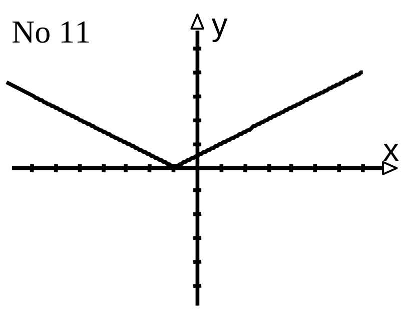
No 9



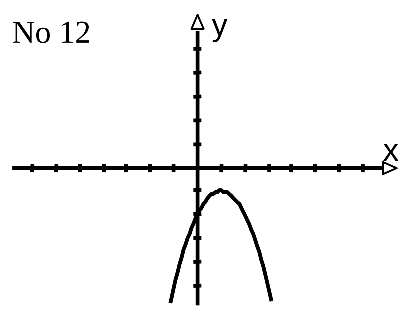
No 10



No 11



No 12



Voici la description de caractéristiques de ces fonctions :

a) La fonction possède deux zéros.
b) La fonction possède un seul zéro.
c) La fonction ne possède aucun zéro.
d) Un zéro de la fonction est nul.
e) Un seul zéro de la fonction est supérieur à 0.
f) Un seul zéro de la fonction est inférieur à 0.
g) La fonction possède un maximum.
h) La fonction possède un minimum.

Pour chaque fonction de la page précédente, déterminez toutes les caractéristiques s'appliquant à cette fonction, puis identifiez la fonction ou les fonctions possédant toutes les caractéristiques énumérées dans chaque cas ci-dessous :

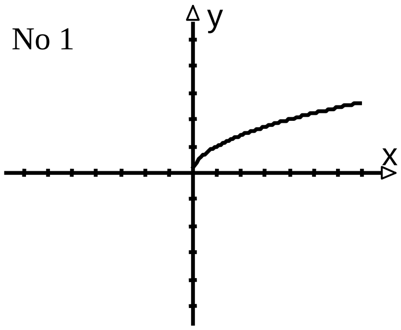
CARACTÉRISTIQUES	**FONCTION(S) CORRESPONDANTE(S)**
a, d	
a, e	
b	
c, h	
e, f	
c, g	
a, h	
b, e	
a, g	
b, d	
b, f, h	
b, d, h	
a, e, f, g	
a, d, e, h	
a, d, f, h	
a, e, f, h	

2. Quelle est l'unique fonction possédant <u>seulement</u> les caractéristiques a, h ?

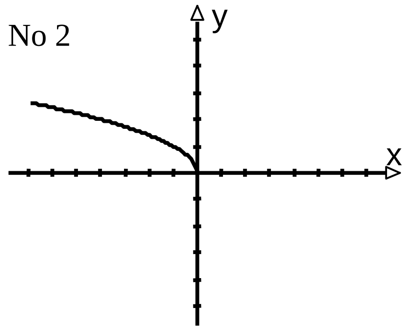
3. Quelle est l'unique fonction possédant les caractéristiques b, d et dont l'image est $\mathbb{R}$?

4. Voici les graphiques de 12 fonctions :

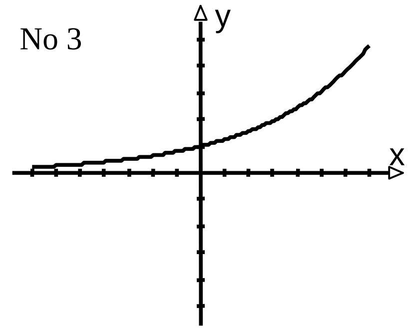
No 1



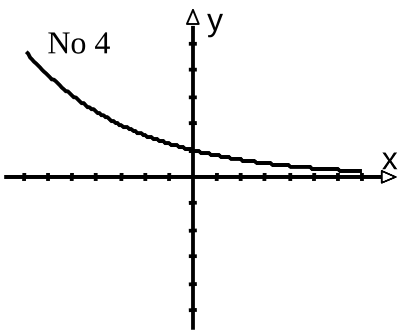
No 2



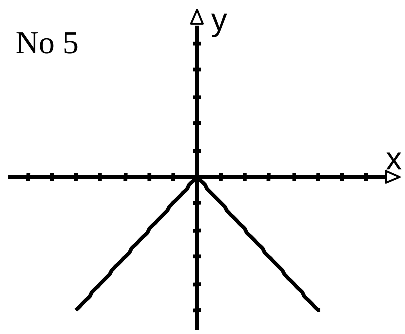
No 3



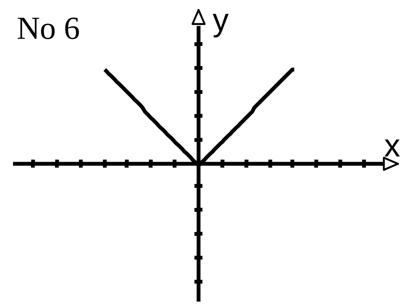
No 4



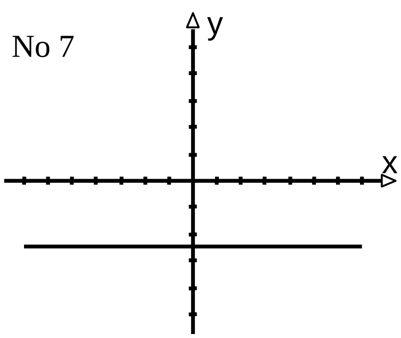
No 5



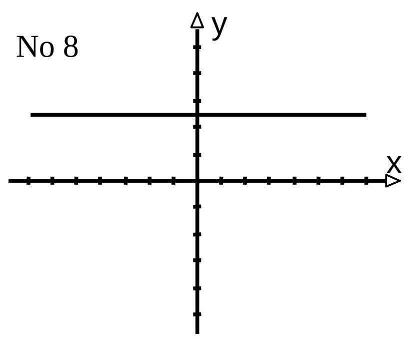
No 6



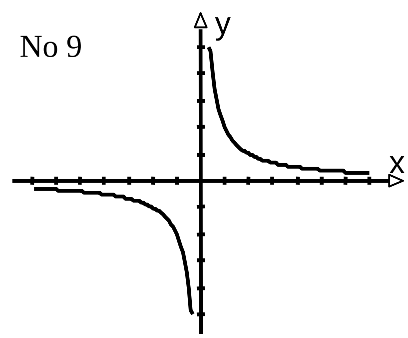
No 7



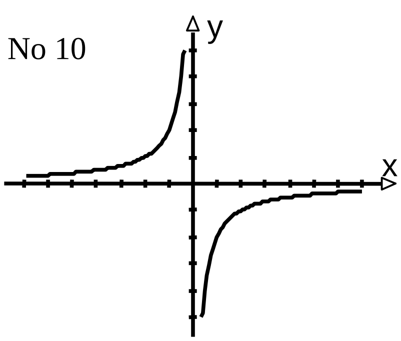
No 8



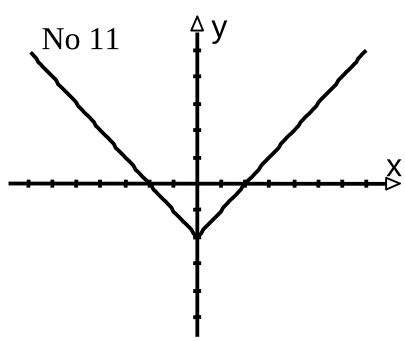
No 9



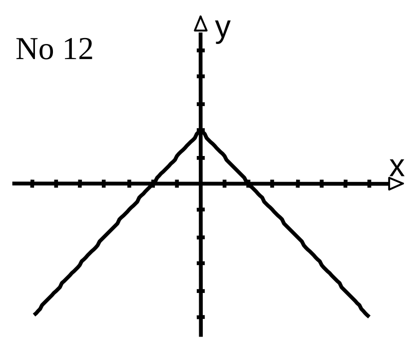
No 10



No 11



No 12



Identifiez la fonction ou les fonctions possédant les caractéristiques décrites ci-dessous :

CARACTÉRISTIQUES	**FONCTION(S) CORRESPONDANTE(S)**
Le domaine est $\mathbb{R}$.	
Le domaine est [0, +∞.	
Le domaine est –∞, 0].	
L'image est]0, +∞.	
L'image est de la forme {*k*}.	
L'image est de la forme –∞, *k*].	
L'image est de la forme [*k*, +∞.	
Le domaine et l'image sont –∞, 0[∪]0, +∞.	
L'ordonnée à l'origine est nulle.	
L'ordonnée à l'origine est supérieure à 0.	
L'ordonnée à l'origine est inférieure à 0.	
L'ordonnée à l'origine n'est pas définie.	
La fonction est constante.	
La fonction n'est pas constante et est croissante sur la totalité de son domaine.	
La fonction n'est pas constante et est décroissante sur la totalité de son domaine.	
La fonction est croissante, puis décroissante.	
La fonction est décroissante, puis croissante.	
La fonction est positive sur la totalité de son domaine.	
La fonction est négative sur la totalité de son domaine.	
La fonction est positive, puis négative.	
La fonction est négative, puis positive.	
La fonction est positive, puis négative, puis positive de nouveau.	
La fonction est négative, puis positive, puis négative de nouveau.	
L'image de 2 est nulle.	
L'image de 2 est positive.	
L'image de 2 est négative.	
L'image de 2 n'est pas définie.	

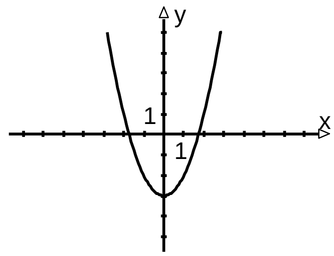
5. Quelle est la fonction possédant les 4 caractéristiques énumérées ci-dessous ?
   - Elle ne possède pas de zéro.
   - Elle n'est pas constante.
   - Son ordonnée à l'origine est supérieure ou égale à 0.
   - Elle est décroissante sur la totalité de son domaine.

6. Quelle est la fonction possédant les 3 caractéristiques énumérées ci-dessous ?
   - Son domaine est $\mathbb{R}$.
   - Elle est positive sur la totalité de son domaine.
   - Elle n'est pas constante et est croissante sur la totalité de son domaine.

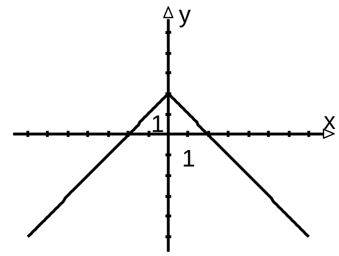
7. Identifiez celle des fonctions ci-dessous qui possède toutes les caractéristiques suivantes :

- Elle possède deux zéros.
- Elle est décroissante sur l'intervalle $-\infty$, 0[et croissante sur l'intervalle]0,1].
- Elle est négative sur l'intervalle [3, +∞.

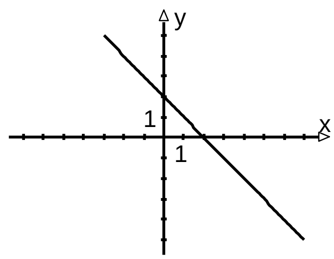
a)



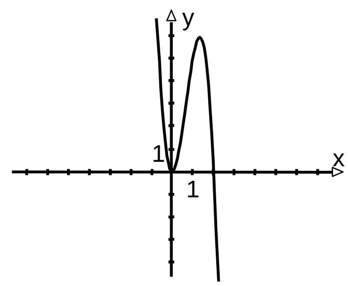
c)



b)



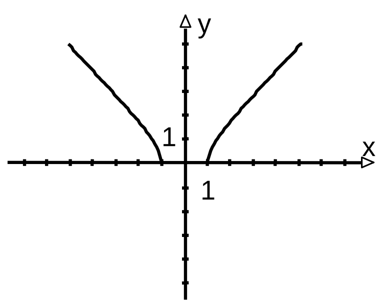
d)



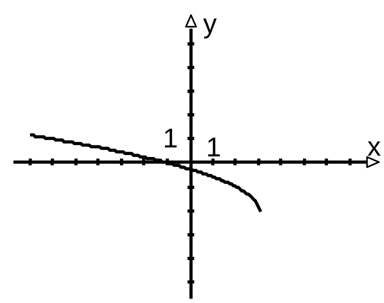
8. Identifiez celle des fonctions ci-dessous qui possède toutes les caractéristiques suivantes :

- Son domaine est un sous-ensemble de $\mathbb{R}$.
- Elle possède un minimum.
- Son ordonnée à l'origine n'est pas définie..

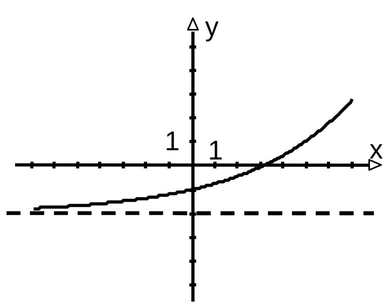
a)



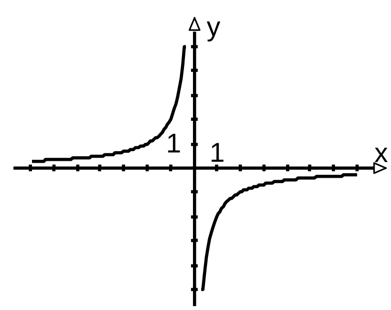
c)



b)



d)



DIMENSION 13

Pour tous les problèmes qui suivent, donnez tous les détails de votre démarche :

1. Deux tarifs de location de voiture sont établis comme suit :

TARIF 1	Le tarif de base est de 40 \$ par jour et permet de parcourir jusqu'à 200 km. Le kilométrage additionnel est facturé comme suit : pour chaque tranche complète ou partielle de 100 km qui est ajoutée, on paie 6 \$ de plus par jour.
TARIF 2	Le tarif correspond à une fonction de degré 1. On paie 47, 50 \$ pour 250 km et 55 \$ pour 400 km (y = montant; x = kilomètres parcourus).

Lequel des deux tarifs est le plus avantageux pour des distances respectives de 475 km, 550 km et 700 km? Pour le tarif 1, complétez la table de valeurs suivante :

Kilomètres parcourus	]0, 200]	]200, 300]	]300, 400]	Etc.
Tarif (\$)				

2. Sur une période de 60 jours, les valeurs de 3 actions sont initialement égales à 50,00\$ et fluctuent ensuite de la manière suivante :

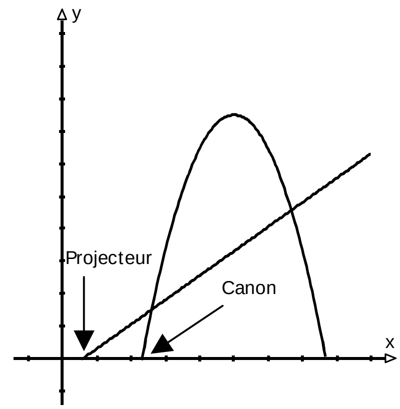
ACTION A	Sa valeur augmente de façon constante et est égale à 54,50 \$ après 10 jours.
ACTION B	Sa valeur augmente de 15 % à tous les 20 jours.
ACTION C	Sa valeur suit la règle $y = -0,012x^2 + 1,2x + 50$, où y représente la valeur de l'action après x jours.

Laquelle des 3 actions a la valeur la plus élevée après 60 jours ? Quelle est cette valeur?

3. Lors d'un spectacle d'acrobatie aérienne, un avion doit passer sous une banderole. La trajectoire de l'avion suit la règle $y = 0,00625x^2 - 5x + 1025$, où y représente l'altitude de l'avion, en mètres, lorsqu'il se trouve horizontalement à x mètres du point où il a amorcé sa descente.
La hauteur y de la banderole est donnée, en mètres, est donnée par l'équation $y = 0,016x^2 - 0,8x + 50$, pour tout point situé horizontalement à x mètres d'un point d'attache de cette banderole.

L'avion passe sous le point le moins élevé de la banderole, lorsque son altitude est minimale. À combien de mètres sous la banderole l'avion passe-t-il ?

4. Au cours d'un spectacle « Sons et lumières » diffusé en plein air, un projecteur et un canon sont fixés au sol. Le schéma ci-contre représente cette situation dans le plan cartésien. Le canon lance une fusée éclairante qui suit une trajectoire d'équation :



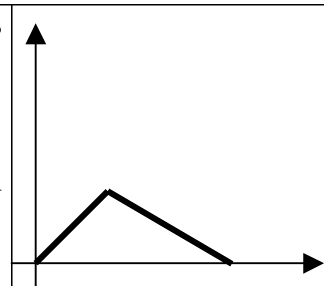
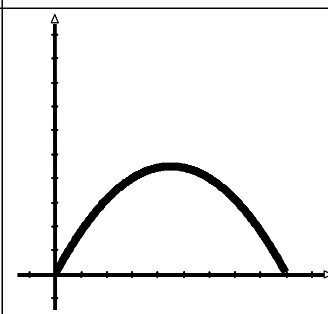
$$y = -\frac{1}{12}(x-25)^2 + 15$$

où y représente la hauteur atteinte, en mètres, en tout point situé à x mètres de l'origine du plan cartésien.

La fusée éclairante croise le faisceau lumineux diffusé par la lampe en des points situés à 13 m et 33,4 m de l'origine.

- Quel est l'écart, en hauteur, entre les deux points où le faisceau lumineux et la fusée éclairante se croisent ?
- Quelle est la différence entre la hauteur du faisceau lumineux et la hauteur de la fusée éclairante lorsque celle-ci se trouve à sa hauteur maximale ?
- Quelle est au sol la distance entre les points où sont situés le canon et le projecteur ?

5. Lors d'une saison d'été, on enregistre, sur 80 jours, une période très pluvieuse suivie d'une période chaude où il pleut très peu. Au cours de cette période, on a observé les variations du niveau d'eau dans deux lacs (les schémas sont approximatifs):

Lac Clair	Le niveau de l'eau y (en cm) après x jours augmente d'abord selon l'équation : $y = \frac{x}{4}$ Le niveau diminue ensuite selon l'équation : $y = \frac{-x+80}{6}$	
Lac Rond	Le niveau de l'eau est contrôlé par un barrage et varie selon l'équation : $y = -\frac{x^2}{225} + 0,4x$	

- Quel est la durée de l'intervalle de décroissance dans chaque cas ?
- Lequel des deux lacs a connu l'intervalle de décroissance le plus long ?
- Quelle est la différence de durée entre les deux intervalles de décroissance ?
- Quelle est la différence entre les niveaux d'eau les plus élevés dans chaque cas ?

DIMENSION 14

Pour tous les problèmes qui suivent, donnez tous les détails de votre démarche :

1. Trouvez l'équation canonique des paraboles suivantes :

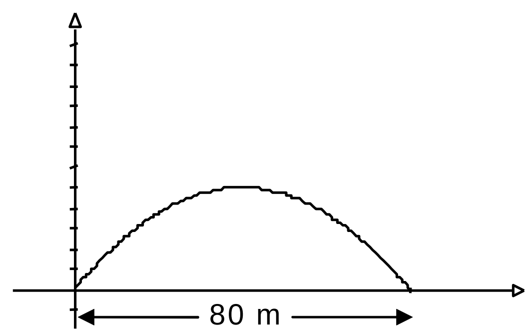
   a) Sommet (10, 25). Elle passe par le point (5, 10).
   b) Sommet (4,8; –0,8). Ordonnée à l'origine égale à 4.
   c) Son maximum est égal à 100. Elle passe par les points (40, 80) et (60,80).

2. Trouvez l'équation générale des paraboles suivantes :

   a) Zéros 8 et 20. Elle passe par le point (2, 36).
   b) Zéros 0 et 12. Son maximum est égal à 108.
   c) Sommet (16, –49). L'un des zéros est égal à 2.

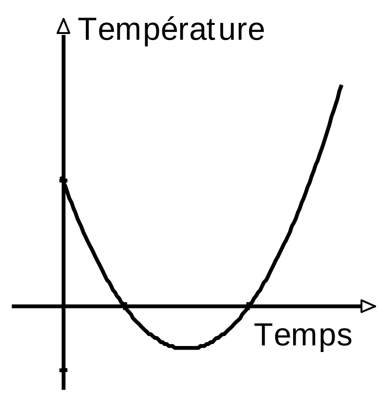
3. Lors d'une partie de base-ball, on frappe une balle qui décrit une trajectoire parabolique. La balle atteint une hauteur maximale de 25 mètres et retombe au sol à 80 mètres de son point de départ.

   Quelle est la hauteur de la balle à 20 mètres de son point de départ?

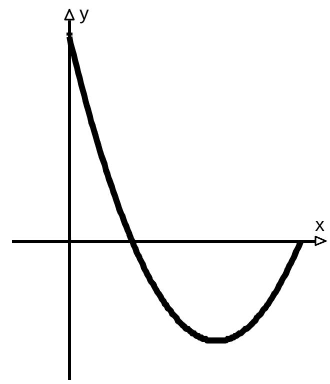


4. La température d'un liquide varie en suivant une courbe décrite par une fonction quadratique. La température initiale du liquide est de 20° C. D'autre part, elle est nulle après 10 minutes, puis après 30 minutes.

- Après combien de secondes la température atteint-elle sa valeur minimale?
- Quelle est, au dixième près, cette température minimale ?
- Sachant que la température maximale du liquide est atteinte après 45 minutes, quel est l'écart de température observé dans cette situation ?

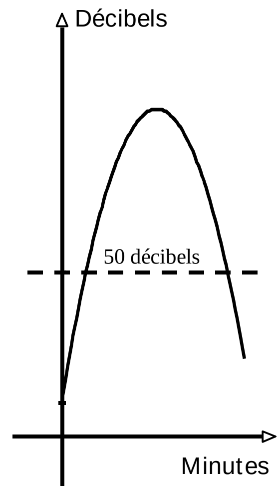


5. Une plongeuse touche l'eau à une distance de 1,5 m par rapport au bord d'un lac, atteint une profondeur de 2,4 m à une distance de 3,5 m, puis remonte et apparaît en surface à une distance de 5,5 m. Le plongeon suit une trajectoire parabolique.



- De quelle hauteur la plongeuse s'est-elle élancée ?
- Quelle est, en ligne droite, la distance entre le point de départ et le point final du plongeon ?

6. Au cours d'un spectacle rock, le niveau sonore y (en décibels) subit des variations qui peuvent être approximativement décrites, par rapport au temps x (en minutes), par une fonction quadratique. Le niveau sonore initial égale 10 décibels et le niveau maximal égale 100 décibels après 125 minutes. Le spectacle dure en tout 4 heures.



- Quelle est, au dixième près, la différence entre le niveau sonore atteint après 20 minutes et le niveau observé à la fin du spectacle ?
- Pendant combien de minutes (à l'unité près) le niveau sonore est-il supérieur ou égal à 50 décibels ?