SUPPLÉMENT

MAT-4107-1
Droite II

Louis-Marie Gaulin
Centre Odilon-Gauthier, Québec
Commission scolaire des Premières-Seigneuries
Octobre 2005

Pour rétroaction : www.csdps.qc.ca/odilon-gauthier

Table des matières

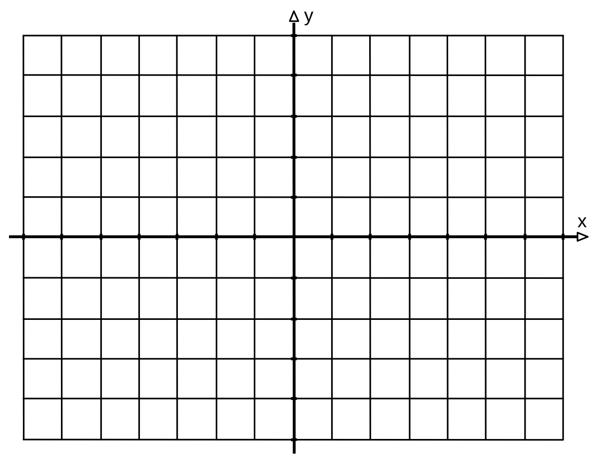
ÉQUATION D'UNE DROITE HORIZONTALE OU VERTICALE

DIMENSION 4

Déterminer l'équation d'une droite horizontale ou d'une droite verticale, connaissant les coordonnées de l'un de ses points et l'équation d'une droite qui lui est parallèle ou perpendiculaire.

SITUATION 1

Quelle est l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et parallèle à la droite d'équation $x = 3$?



Tracez la droite $x = 3$ (trouvez des couples si nécessaire) et répondez aux questions suivantes :

1a) La droite $x = 3$ est-elle de pente nulle (droite horizontale) ou de pente non définie (droite verticale) ? __________________

Placez le point (–2, 5) et tracez une droite parallèle à $x = 3$ qui passe par ce point.

1b) Cette 2[e] droite est-elle horizontale ou verticale ? ______________

1c) Quelle est la coordonnée constante pour tous les points de cette 2[e] droite ? Est-ce $x = -2$ ou $y = 5$? _______________

1d) Quelle est l'équation de cette 2[e] droite ? Est-ce $x = -2$ ou $y = 5$? _______________

CONCLUSION : l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et parallèle à la droite d'équation $x = 3$ est ___________.

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES AU CORRIGÉ (PAGE 14)
AVANT DE CONTINUER.

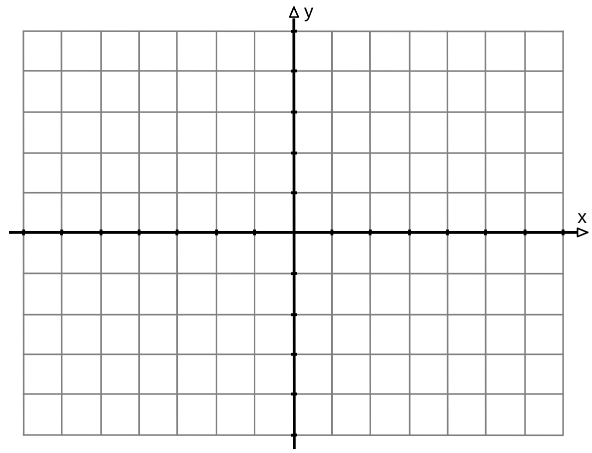
SITUATION 2

Quelle est l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et <u>perpendiculaire</u> à la droite d'équation $x = 3$?

La démarche à suivre est très similaire à celle de la situation 1.

Tracez la droite d'équation $x = 3$.

Placez le point (–2, 5) et tracez une 2^e droite passant par ce point qui est perpendiculaire à la droite $x = 3$.



2a) Cette 2^e droite est-elle horizontale ou verticale ? _____________

2b) Quelle est la coordonnée constante pour tous les points de cette 2^e droite ? Est-ce $x = -2$ ou $y = 5$? ______________

2c) Quelle est l'équation de cette 2^e droite ? Est-ce $x = -2$ ou $y = 5$? ______________

CONCLUSION : l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et perpendiculaire à la droite d'équation $x = 3$ est __________.

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES AU CORRIGÉ (PAGE 14), PUIS FAITES LES EXERCICES QUI SUIVENT.

EXERCICES 1

1. Déterminez l'équation de la droite parallèle à la droite $3y - 12 = 0$ et passant par le point (1, –9).

2. Déterminez l'équation de la droite parallèle à la droite $3y - 12 = x$ et passant par le point (1, –9).

3. Déterminez l'équation de la droite perpendiculaire à la droite $\frac{2}{3}y = \frac{4}{15}$ et passant par le point (–20, –50).

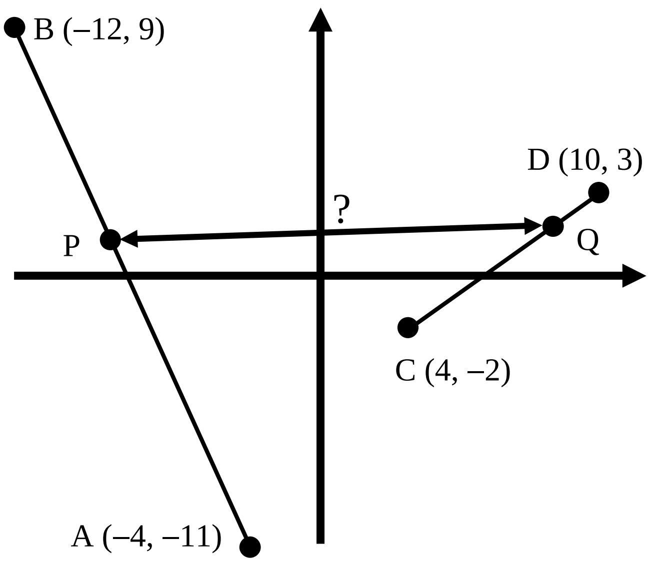
4. Déterminez l'équation de la droite perpendiculaire à la droite $\frac{2}{3} = \frac{4}{15}x$ et passant par le point (–20, –50).

POINTS DE PARTAGE ET DISTANCE

DIMENSION 9
Résoudre des problèmes liés à la détermination des coordonnées de points de partage et au calcul des distances entre certains points.

SITUATION 3

Le point P partage le segment AB dans le rapport 3 : 2 à partir de A et le point Q est situé aux $\frac{3}{4}$ du segment CD. Quelle est au centième près la distance entre les points P et Q ?



3a) Que faut-il d'abord trouver avant de calculer la distance entre P et Q ?

____

3b) Écrivez les formules de calcul des coordonnées d'un point de partage :

x = ________________

y = _________________

<u>Point P</u> :

3c) Quelles sont les coordonnées (x_1 , y_1) du point de départ ? ________________

Quelles sont les coordonnées (x_2 , y_2) du point d'arrivée ? ________________

3d) Dans quel rapport le point P partage-t-il le segment AB ? ________________

Calculez les coordonnées de P : x = _______________ y = ________________

<u>Point Q</u> :

3e) Répétez cette démarche pour calculer les coordonnées du point Q :

(x_1 , y_1) = ______ (x_2 , y_2) = ______ Rapport = ____

x = _______________ y = ________________

Transcrivez les coordonnées des points P et Q à la page suivante.

Coordonnées du point P : ___________ Coordonnées du Point Q : ___________

Comme on connaît maintenant les points P et Q, on peut calculer la distance entre ces deux points.

<u>- Calculer la distance entre les points P et Q :</u>

3f) Écrivez la formule de calcul de la distance entre deux points :

d = _______________________________

Appliquez cette formule au calcul de la distance entre P et Q :

$d_{P,Q}$ = _______________________________

RÉSULTAT :
la distance entre les points P et Q, arrondie au centième près, est de : ______________.

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES AU CORRIGÉ,
PUIS FAITES LES EXERCICES QUI SUIVENT.

EXERCICES 2

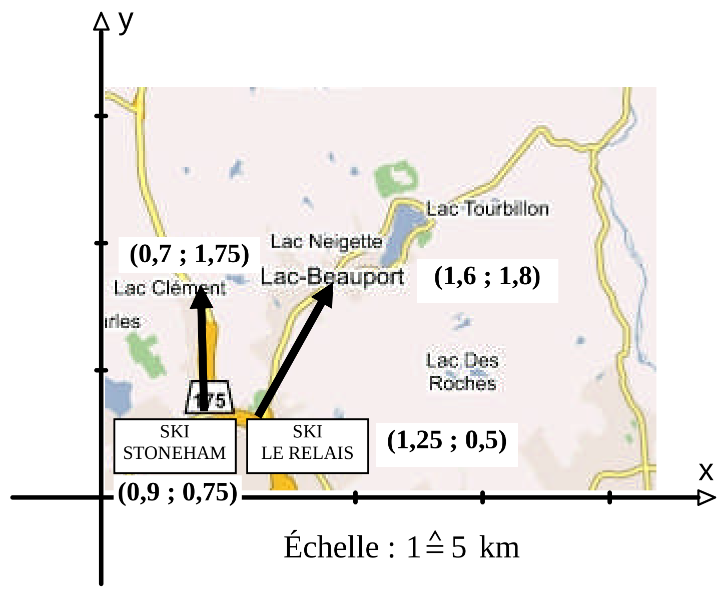
1. Soit les points G $(-2\frac{1}{3}, 7)$, H $(5, 3\frac{1}{2})$ et I $(-2, 10\frac{3}{4})$. Un point M est situé au milieu du segment GH et un point N partage le segment HI dans le rapport $\frac{3}{2}$ à partir de I. Lequel des points M et N est situé le plus près du point H ?
Justifiez votre réponse et arrondissez vos résultats au centième près.

2. L'image ci-contre représente une carte de la région de Québec.

Une voiture roule vers la station de ski LE RELAIS. Sa distance parcourue depuis la pancarte « SKI LE RELAIS » est deux fois plus longue que la distance qui reste jusqu'au Lac-Beauport.

Une deuxième voiture roule vers la station de ski STONEHAM. Elle se trouve à mi-chemin entre la pancarte « SKI STONEHAM » et le lac Clément.

Quelle est, au dixième de kilomètre près, la distance à vol d'oiseau entre les deux voitures ?



Échelle : 1 $\triangleq$ 5 km

ÉQUATIONS, DISTANCE ET POINTS DE PARTAGE

DIMENSION 5

Résoudre un problème lié au calcul de la distance, à la détermination des coordonnées d'un point de partage ou à la recherche de l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une autre.

SITUATION 4.1

Une droite d_2 est perpendiculaire à la droite d_1 d'équation $5y - 6x - 36 = 0$ et passe par le point $(-3, 4)$. Quelle est la distance entre les points de rencontre de ces deux droites avec l'axe des y ?

Pour résoudre ce problème, il faut d'abord trouver l'équation de la droite d_2.

Écrivez l'équation de d_1 sous la forme $y = mx + b$:

$$5y - 6x - 36 = 0$$

4a) Quelle est la pente de d_1 ? ______________

Comment calculez-vous la pente de d_2 à partir de la pente de d_1 ? __________________

Calculez la pente de d_2 : _________________________

Comment trouvez-vous ensuite l'équation de d_2 ? _______________________________

4b) Trouvez l'équation de d_2 sous la forme $y = mx + b$:

Transcrivez les équations de d_1 et d_2 à la page suivante.

Équation de d_1 : ______________ Équation de d_2 : ______________

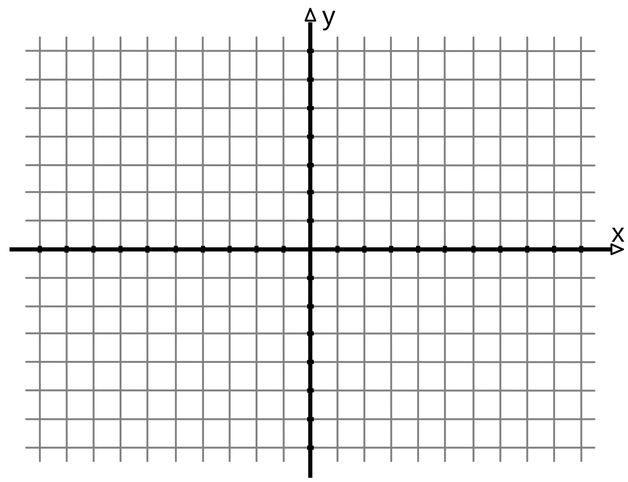
4c) Pour vous aider à répondre aux questions qui suivent, tracez les graphiques de d_1 et d_2 .

Trouvez les ordonnées à l'origine de d_1 et d_2 :

b_1 = ________ b_2 = ________

En consultant le graphique, calculez la distance entre les points de rencontre de d_1 et d_2 avec l'axe des *y* :

____



SITUATION 4.2

Quelle est la distance entre les points de rencontre des deux droites avec l'axe des *x* ?

4d) Trouvez les abscisses à l'origine de d_1 et d_2 :

Droite d_1	Droite d_2

En consultant le graphique, calculez la distance entre les points de rencontre de d_1 et d_2 avec l'axe des *x* : ______________________________

SITUATION 4.3

Si on trace la droite d_3 d'équation $y = 2$, quel est au dixième près le périmètre du trapèze formé par les droites d_1, d_2, d_3 et l'axe des *x* ?

4e) Dans le même plan cartésien, tracez la droite d_3 : $y = 2$.

Sur le trapèze formé par les droites d_1, d_2, d_3 et l'axe des *x*, calculez les coordonnées des deux sommets situés sur la droite d_3 et calculez le périmètre du trapèze au dixième près :

1^{er} sommet	2^{e} sommet	Périmètre du trapèze

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES AU CORRIGÉ (PAGE 17) AVANT DE CONTINUER.

SITUATION 5

Une droite d_2 est parallèle à une droite d_1 d'équation $y = -2x - 4$ et passe le point P qui partage le segment AB dans le rapport 5 : 3 à partir de A, où A est le point (–3, –1) et B est le point (4, 5).

Quelle est l'aire du triangle formé par le point P, le point (0; 1,5) et le point de rencontre de la droite d_2 avec l'axe des y ?

5a) Si vous vous référez à la situation 4.1, que faut-il trouver en premier pour résoudre ce problème ? ________________________

Quelle est la pente de d_1 ? ____________

Trouvez la pente de d_2 à partir de celle de d_1 : ________________

Quel est aussi le point qu'il faut connaître pour trouver l'équation de d_2 ? ________________

5b) Déterminez les données permettant de trouver les coordonnées du point P :

(x_1, y_1) = __________ (x_2, y_2) = __________ Rapport = _______

À l'aide de ces données, calculez les coordonnées du point P :

$x =$	$y =$

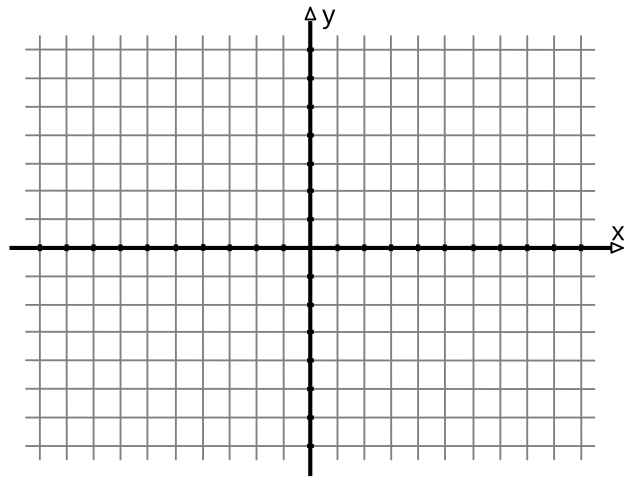
5c) Transcrivez les données permettant de déterminer l'équation de d_2 :

Pente m_2 = ___________ Point P : ____________

Trouvez l'équation de d_2 :

Dans ce type de problème, une représentation graphique est nécessaire pour bien visualiser la situation. Pour bien voir le triangle dont il faut trouver l'aire, construisez ce triangle dans le quadrillé ci-dessous à l'aide des éléments suivants :

- Le graphique de la droite d_2.
- Le point P.
- Le point (0; 1,5).



5d) À partir du graphique, trouvez la mesure des éléments servant à calculer l'aire du triangle :

Mesure de la base = _____________

Mesure de la hauteur = ___________

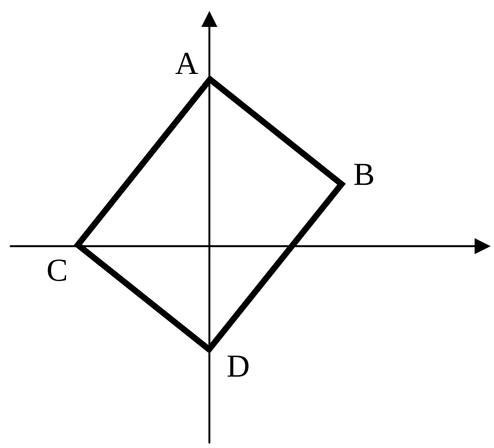
Aire du triangle = _________________

RÉSULTAT : l'aire du triangle demandé est égale à ___________________.

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES AU CORRIGÉ (PAGE 19), PUIS FAITES LES EXERCICES QUI SUIVENT.

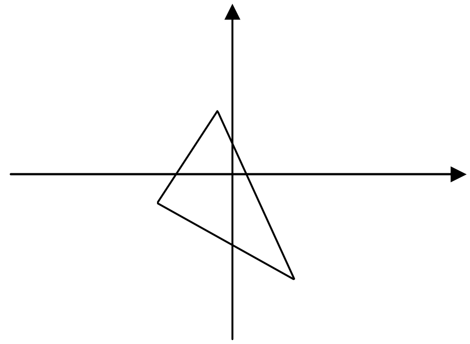
EXERCICES 3 (SYNTHÈSE)
(CORRIGÉ : PAGE 21)

1. Un rectangle ABCD coupe les axes d'un plan cartésien aux sommets A, C et D. L'équation de la droite supportant le côté AB est $4x + 5y - 48 = 0$. Quelle est la mesure de la diagonale AD ?



2. Soit le triangle ABC dont les sommets sont A(−1, 4), B(4, −7) et C(−5, −2).

   Trouvez les coordonnées des points de rencontre avec chacun des axes de :
   a) la médiatrice du côté BC.
   b) la médiane du côté AC.



3. Quelle est l'équation de la droite passant par le point $(-10{,}15)$ et perpendiculaire à la droite d'équation $\frac{2}{3}y - 4 = 0$?

4. Lors d'un rallye d'endurance en montagne, deux équipes doivent atteindre un point de contrôle situé à $(-4, 3)$.
   Sur une carte dont l'unité est le kilomètre, l'équipe TREK-X est partie du point $(-5\frac{2}{3}, -2)$ et a parcouru les $\frac{2}{3}$ de la distance la séparant du point de contrôle. L'équipe DÉFI-PLUS, partie du point $(2, -1)$, a quatre fois plus de distance parcourue que de distance à parcourir.

   Quelle est l'équipe située le plus près du point de contrôle ? Justifiez votre réponse et arrondissez vos résultats au centième près.

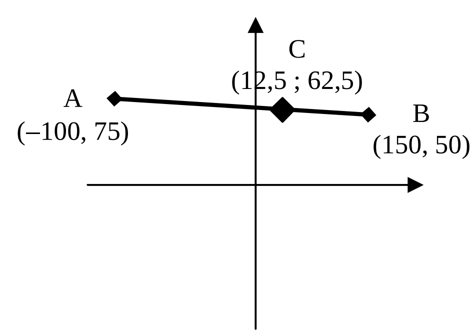
5. À partir des points A$(-1, 4)$, B$(1, -4)$, C$(1, 4)$ et D$(-1, -4)$ situés dans le plan cartésien, identifiez le segment dont la mesure est calculée par chacune des expressions ci-dessous :

EXPRESSION	SEGMENT
A) $\sqrt{(1-(-1))^2+(4-(-4))^2}$	
B) $\sqrt{(1-1)^2+(4+4)^2}$	
C) $\sqrt{(-1-1)^2+(4+4)^2}$	
D) $\lvert -1-1 \rvert$	

6. Deux autobus d'excursion partis de points A et B se rendent à une auberge située au point C. La situation se schématise comme ci-contre dans le plan cartésien.

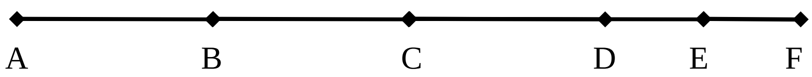
   À une heure donnée, l'autobus parti du point A est rendu à mi-chemin de son parcours, alors que l'autobus parti du point B se situe en un endroit trois fois plus éloigné de l'auberge que de son point de départ.

   Quelle distance sépare les deux autobus à cet instant précis ? Arrondissez votre résultat au kilomètre près.



ÉCHELLE :
$1 \triangleq 2$ km

7. Sur le segment AF ci-dessous, les points B, C, D et E sont placés de telle sorte que :
   - $m\overline{AB} = m\overline{BC} = m\overline{CD} = m\overline{DF}$;
   - $m\overline{DE} = m\overline{DF}$.



Complétez les énoncés suivants (un même point ou un même segment peut apparaître dans plus d'un énoncé) :

ÉNONCÉ 1 : Le point ____ partage le segment AF dans le rapport $\frac{1}{3}$ à partir de A.

ÉNONCÉ 2 : Le point D est situé aux ____ du segment AF.

ÉNONCÉ 3 : Le point ____ partage le segment BD dans le rapport $\frac{1}{1}$.

ÉNONCÉ 4 : Le point E partage le segment CF dans le rapport _____ à partir de F.

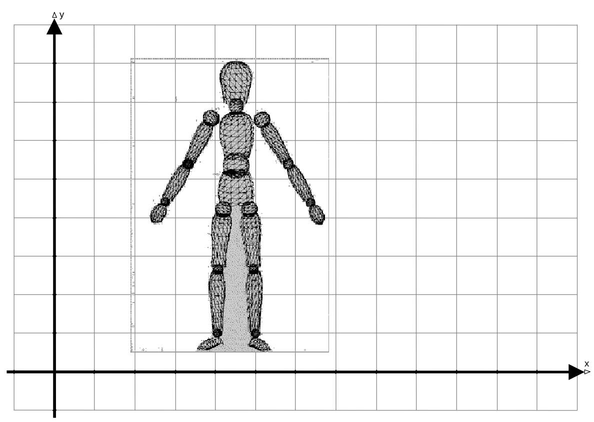
ÉNONCÉ 5 : Le point C est situé aux $\frac{2}{3}$ du segment _____.

ÉNONCÉ 6 : Le point ____ partage le segment AF dans le rapport $\frac{7}{1}$ à partir de A.

8. Pour tourner un film, on construit un modèle 3D qui représente à l'échelle un acteur de cinéma.

   La tête est située au point (4,5 ; 8) et la main de droite est située au point (6,75 ; 4). L'épaule de droite est située au cinquième de la distance entre la tête et la main.

   Sur le bras de droite, le poignet partage la distance entre l'épaule et la main dans un rapport 7 : 2. De plus, la taille totale de l'acteur vaut environ 2,5 fois la distance entre le poignet de droite et l'épaule de droite.

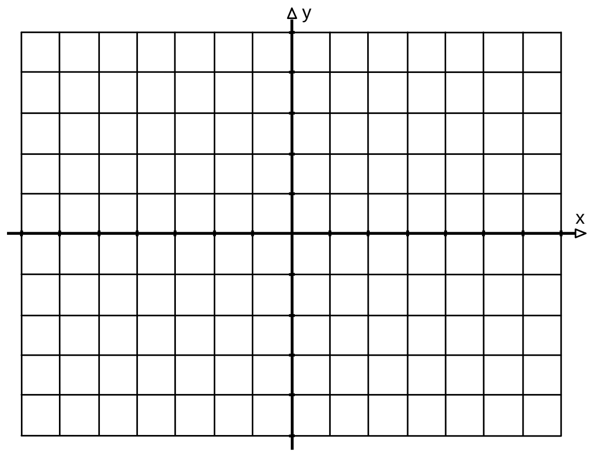


$1 \triangleq 25\,\text{cm}$

Quelle est la taille réelle, en mètres, de l'acteur ? Arrondissez votre résultat au centième près.

9. Dans un plan cartésien dont l'unité est le mètre, on modélise une rue bordée par deux trottoirs parallèles. Le 1er trottoir est situé sur la droite d'équation $3x - 4y + 14 = 0$, alors que le 2^{e} trottoir passe par le point P (4, −1).

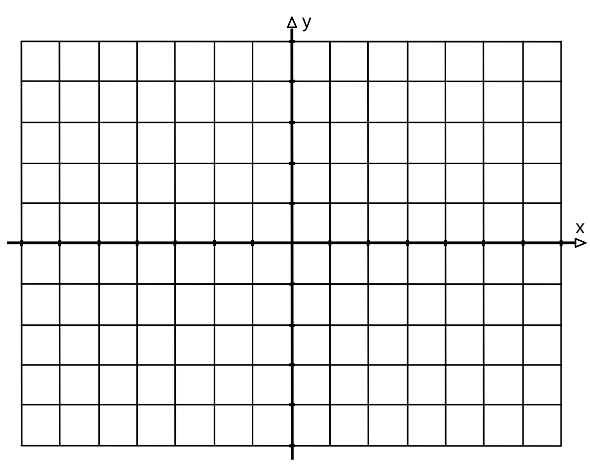
   Une passerelle pour piétons traverse cette rue. Elle part du 1er trottoir en un point d'abscisse −1. Elle coupe le 2^{e} trottoir au cinquième du segment allant du point P au point d'ordonnée −3. Quelle est, au dixième de mètre près, la mesure de cette passerelle ? (Note : la passerelle n'est pas parfaitement perpendiculaire aux trottoirs.)



10. Un triangle rectangle ABC est construit comme suit :

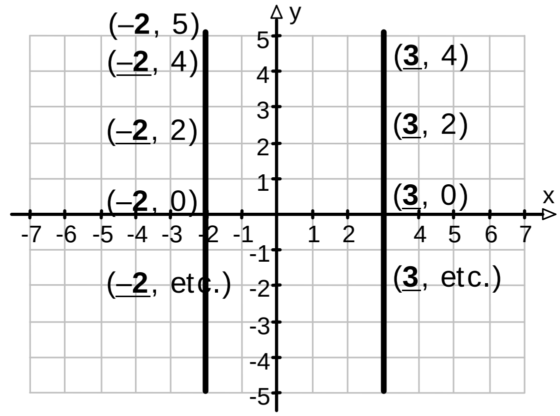
- Un côté de l'angle droit est situé sur la droite d'équation $y = -\frac{2}{5}x - 1$ et relie le sommet A d'abscisse −5 au sommet C de l'angle droit, de coordonnées (1; −1,4).
- L'ordonnée du sommet B est égale à 4.

  Quelle est la mesure de l'hypoténuse de ce triangle rectangle ? Arrondissez votre résultat au centième près.



CORRIGÉ

SITUATION 1



1a) Pente non définie (droite verticale).

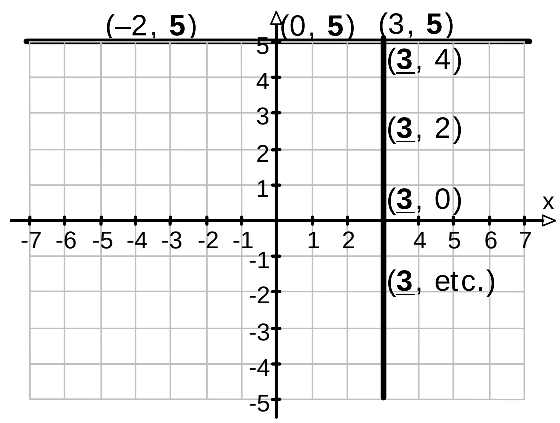
1b) Droite verticale.

1c) $x = -2$.

1d) $x = -2$.

CONCLUSION : l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et parallèle à la droite d'équation $x = 3$ est <u>***x* = –2**</u>.

SITUATION 2



2a) Droite horizontale.

2b) $y = 5$.

2c) $y = 5$.

CONCLUSION : l'équation de la droite passant par le point (–2, 5) et perpendiculaire à la droite d'équation $x = 3$ est <u>***y* = 5**</u>.

EXERCICES 1

1. Droite $y = 4$: horizontale.
   Équation de la droite parallèle à $y = 4$ et passant par (1, –9) : <u>***y* = –9**</u>.

2. Droite $y = \frac{x}{3} + 4$: droite oblique.

   Pente : $m_2 = m_1 = \frac{1}{3}$.

   $\frac{1}{3} = \frac{y+9}{x-1}$

   Rép. : $y = \frac{x}{3} - \frac{28}{3}$

3. Droite $y = \frac{2}{5}$: horizontale.

   Équation de la droite perpendiculaire à $y = \frac{2}{5}$ et passant par (–20, –50) : **<u>x = –20.</u>**

4. Droite $x = \frac{5}{2}$: verticale.

   Équation de la droite perpendiculaire à $x = \frac{5}{2}$ et passant par (–20, –50) : **<u>y = –50.</u>**

SITUATION 3

3a) Que faut-il d'abord trouver avant de calculer la distance entre P et Q ?
<u>Les coordonnées des points de partage P et Q</u>.

3b) Formules de calcul des coordonnées d'un point de partage :

$$x = \frac{bx_1 + ax_2}{a+b} \qquad y = \frac{by_1 + ay_2}{a+b}$$

<u>Point P</u> :

3c) Cordonnées (x_1, y_1) du point de départ : (–4, –11)

Coordonnées (x_2, y_2) du point d'arrivée : (–12, 9)

3d) Dans quel rapport le point P partage-t-il le segment AB ? $\frac{3}{2}$. Donc a = 3 et b = 2.

Coordonnées de P : $x = \frac{2(-4)+3(-12)}{5} = -\frac{44}{5} = -8{,}8$ $\quad y = \frac{2(-11)+3(9)}{5} = \frac{5}{5} = 1$

<u>Point Q</u> :

3e) Coordonnées du point Q : rapport $\frac{\text{a}}{\text{b}} = \frac{3}{1}$. Donc a = 3 et b = 1.

$(x_1, y_1) = (4, -2)$ $\qquad (x_2, y_2) = (10, 3)$.

$$x = \frac{1(4)+3(10)}{4} = \frac{34}{4} = 8{,}5 \qquad y = \frac{1(-2)+3(3)}{4} = \frac{7}{4} = 1{,}75$$

Coordonnées du point P : (−8,8 ; 1) Coordonnées du Point Q : (8,5 ; 1,75).

<u>- Calculer la distance entre les points P et Q :</u>

3f) Formule de calcul de la distance entre deux points : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Calcul de la distance entre P et Q :

$d_{\mathrm{P,Q}} = \sqrt{(8,5-(-8,8))^2 + (1,75-1)^2} = \sqrt{299,8525} = 17,3162\ldots$

RÉSULTAT :
la distance entre les points P et Q, arrondie au centième près, est de : 17,32 unités.

EXERCICES 2

1.

1° **<u>Coordonnées du point M</u>** : $(x_1 , y_1) = (-2\frac{1}{3} , 7)$ $(x_2 , y_2) = (5, 3\frac{1}{2})$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$x = \frac{-2\frac{1}{3}+5}{2} = \frac{4}{3}$ $y = \frac{7+3\frac{1}{2}}{2} = \frac{21}{4}$ Point M : $(\frac{4}{3}, \frac{21}{4})$

2° **<u>Coordonnées du point N</u>** : $(x_1 , y_1) = (-2, 10\frac{3}{4})$ $(x_2 , y_2) = (5, 3\frac{1}{2})$

$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{3}{2}$ Donc a = 3 et b = 2.

$x = \frac{bx_1 + ax_2}{a+b}$ $y = \frac{by_1 + ay_2}{a+b}$

$x = \frac{2(-2)+3(5)}{5} = \frac{11}{5}$ $y = \frac{2(10\frac{3}{4})+3(3\frac{1}{2})}{5} = 6,4$ Point N : $(\frac{11}{5} ; 6,4)$

3° **<u>Distance entre M</u>**$(\frac{4}{3}, \frac{21}{4})$**<u>et H</u>**$(5, 3\frac{1}{2})$ **<u>et distance entre H</u>**$(5, 3\frac{1}{2})$ **<u>et N</u>**$(\frac{11}{5} ; 6,4)$:

$d_{\mathrm{M,H}} = \sqrt{(5-\frac{4}{3})^2 + (3\frac{1}{2}-\frac{21}{4})^2} = \sqrt{16,506944...} \approx 4,06$ unités

$d_{\mathrm{H,N}} = \sqrt{(\frac{11}{5}-5)^2 + (6,4-3\frac{1}{2})^2} = \sqrt{16,25} \approx 4,03$ unités

RÉPONSE : le point N est situé le plus près du point H, par 0,03 unité.

2.

1° Position de la 1^e voiture (SKI LE RELAIS) :

$(x_1 , y_1) = (1{,}25 ; 0{,}5)$ $(x_2 , y_2) = (1{,}6 ; 1{,}8)$ Rapport $\frac{a}{b} = \frac{2}{1}$. Donc a = 2 et b = 1.

$x = \frac{bx_1 + ax_2}{a+b}$ $y = \frac{by_1 + ay_2}{a+b}$

$x = \frac{1(1{,}25) + 2(1{,}6)}{3} = 1{,}4833...$ $y = \frac{1(0{,}5) + 2(1{,}8)}{3} = 1{,}366...$

Position de la 1^e voiture : (1,4833… ; 1,366…)

2° Position de la 2^e voiture (SKI STONEHAM) :

$(x_1 , y_1) = (0{,}9 ; 0{,}75)$ $(x_2 , y_2) = (0{,}7 ; 1{,}75)$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$x = \frac{0{,}9 + 0{,}7}{2} = 0{,}8$ $y = \frac{0{,}75 + 1{,}75}{2} = 1{,}25$

Position de la 2^e voiture : (0,8 ; 1,25)

3° Distance entre la 1^e voiture (1,4833… ; 1,366…) **et la 2^e voiture** (0,8 ; 1,25) **:**

$d_{V1,V2} = \sqrt{(0{,}8 - 1{,}4833...)^2 + (1{,}25 - 1{,}366...)^2} = \sqrt{0{,}48055...} \approx 0{,}693$ unités

Distance = 0,693 × 5 km = 3,465 km

RÉPONSE : la distance entre les 2 voitures est au dixième près de 3,5 km.

SITUATION 4.1

Équation de d_1 sous la forme $y = mx + b$:

$$5y - 6x - 36 = 0$$
$$5y = 6x + 36$$
$$y = \frac{6}{5}x + 7{,}2$$

4a) Quelle est la pente de d_1 ? $m_1 = \frac{6}{5}$

Comment calculez-vous la pente de d_2 à partir de la pente de d_1 ? $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

Calculez la pente de d_2 : $m_2 = -\frac{5}{6}$

Comment trouvez-vous ensuite l'équation de d_2 ? À l'aide de la pente m_2 et du point (–3, 4).

4b) Trouvez l'équation de d_2 sous la forme $y = mx + b$:

$$-\frac{5}{6} = \frac{y-4}{x+3}$$
$$y-4 = -\frac{5}{6}x - \frac{5}{2}$$
$$y = -\frac{5}{6}x + \frac{3}{2}$$

Équation de d_1 : $y = \frac{6}{5}x + 7,2$

Équation de d_2 : $y = -\frac{5}{6}x + \frac{3}{2}$

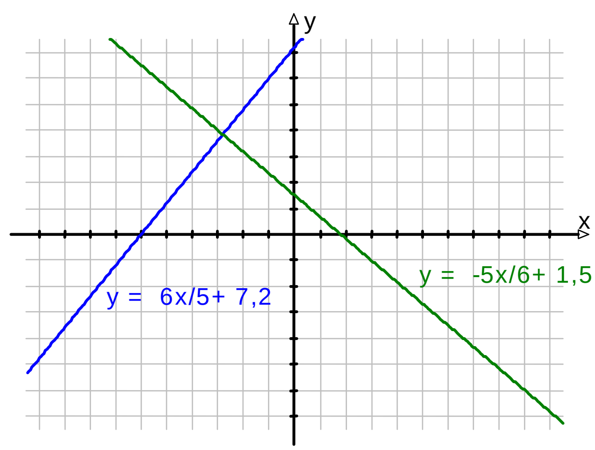
4c)

Ordonnées à l'origine de d_1 et d_2 :

$b_1 = 7,2$ $b_2 = 1,5$

Distance entre les points de rencontre de d_1 et d_2 avec l'axe des y =

$| b_2 - b_1 | = | 1,5 - 7,2 | = 5,7$ unités.



SITUATION 4.2

Quelle est la distance entre les points de rencontre des deux droites avec l'axe des x ?

4d) Trouvez les abscisses à l'origine de d_1 et d_2 :

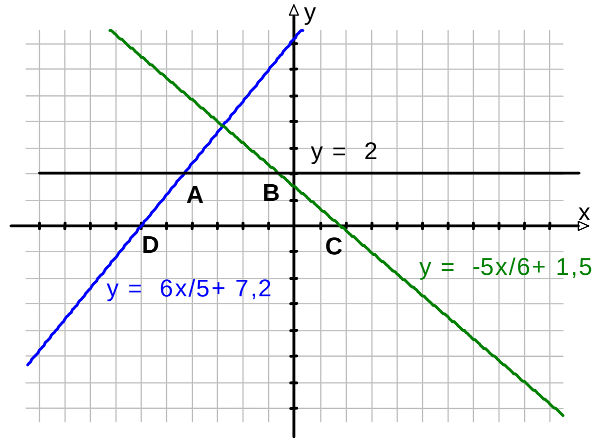
Droite d_1	Droite d_2
$\frac{6}{5}x + 7,2 = 0$	$-\frac{5}{6}x + \frac{3}{2} = 0$
$1,2x = -7,2$	$-\frac{5}{6}x = -\frac{3}{2}$
$x = -6$	$x = 1,8$

Distance entre les points de rencontre de d_1 et d_2 avec l'axe des x =
$| 1,8 - (-6) | = 7,8$ unités.

SITUATION 4.3

4e) Tracez la droite d_3 : $y = 2$.

Calculez les coordonnées des deux sommets situés sur la droite d_3 et calculez le périmètre du trapèze au dixième près :



1^er sommet (A)	2^e sommet (B)	Périmètre du trapèze
Si $y = 2$: $\frac{6}{5}x + 7{,}2 = 2$ $1{,}2x = -5{,}2$ $x = -4{,}333\ldots$ $x \approx -4{,}3$	Si $y = 2$: $-\frac{5}{6}x + \frac{3}{2} = 2$ $-\frac{5}{6}x = \frac{1}{2}$ $x = -0{,}6$	$m\overline{CD} = 7{,}8$ (déjà calculé) $m\overline{AB} = \lvert -0{,}6 - (-4{,}3) \rvert = 3{,}7$ $m\overline{BC} = \sqrt{(1{,}8 - -0{,}6)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9{,}76} \approx 3{,}1$ $m\overline{AD} = \sqrt{(-6 + 4{,}33\ldots)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{6{,}77\ldots} \approx 2{,}6$ Périmètre du trapèze = 7,8 + 3,7 + 3,1 + 2,6 = 17,2 unités.

SITUATION 5

5a) Si vous vous référez à la situation 4.1, que faut-il trouver en premier pour résoudre ce problème ? **<u>L'équation de la droite d_2</u>**

Quelle est la pente de d_1 ? **$m_1 = -2$**

Trouvez la pente de d_2 à partir de celle de d_1 : **$m_2 = m_1 = -2$**

Quel est aussi le point qu'il faut connaître pour trouver l'équation de d_2 ? **<u>Le point de partage P</u>**.

5b) Déterminez les données permettant de trouver les coordonnées du point P :

$(x_1, y_1) = (-3, -1)$ $(x_2, y_2) = (4, 5)$ Rapport $= \frac{5}{3}$. Donc a = 5 et b = 3.

À l'aide de ces données, calculez les coordonnées du point P :

$x = \frac{3(-3)+5(4)}{8} = \frac{11}{8}$ $x = 1{,}375$	$y = \frac{3(-1)+5(5)}{8} = \frac{22}{8}$ $y = 2{,}75$

5c) Données permettant de déterminer l'équation de d_2 :

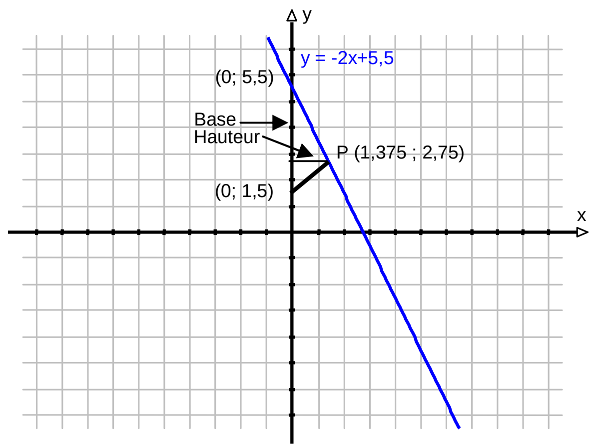
Pente $m_2 = -2$ Point P : (1,375 ; 2,75)

Trouvez l'équation de d_2 :

$$-2 = \frac{y - 2,75}{x - 1,375}$$
$$y = -2x + 5,5$$

Représentation graphique du triangle :

- Le graphique de la droite d_2.
- Le point P.
- Le point (0; 1,5).



5d) À partir du graphique, trouvez la mesure des éléments servant à calculer l'aire du triangle :

Mesure de la base = | 5,5 – 1,5 | = 4

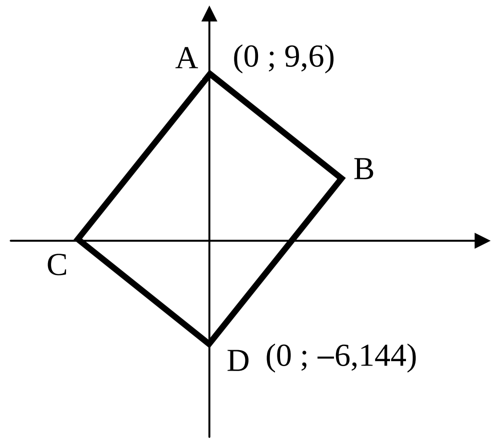
Mesure de la hauteur = 1,375 (abscisse de P)

Aire du triangle = $\frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 1,375}{2} = 2,75$

RÉSULTAT : l'aire du triangle demandé est égale à **2,75 unités carrées**.

EXERCICES 3 (SYNTHÈSE)

1. Côté AB : $y=-\frac{4}{5}x+9,6$



$m_{AB}=-\frac{4}{5}$ Point A : (0 ; 9,6)

Côté AC : $m_{AC}=-\frac{1}{m_{AB}}=\frac{5}{4}$

$y=\frac{5}{4}x+9,6$

Point C : $\frac{5}{4}x+9,6=0$

$x = –7,68$ Point C : (–7,68 ; 0)

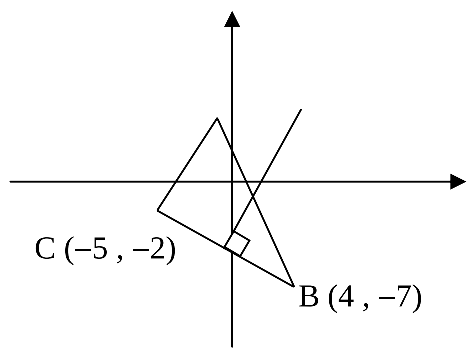
Côté CD : $-\frac{4}{5}=\frac{y-0}{x+7,68}$

$y=-\frac{4}{5}x-6,144$

Point D : (0 ; –6,144)

<u>**Résultat :**</u> Mesure de la diagonale AD = |9,6 –(–6,144)| = 15,744 unités.

2.



a) <u>Médiatrice du côté BC</u> :

1° Point milieu du côté BC :

$x=\frac{-5+4}{2}=-0,5$ $y=\frac{-2-7}{2}=-4,5$

Point (–0,5 ; –4,5)

2° Pente du côté BC :

$m_1=\frac{-7-(-2)}{4-(-5)}=-\frac{5}{9}$

Pente de la médiatrice :

$m_2=-\frac{1}{m_1}=\frac{9}{5}=1,8$

Équation de la médiatrice :

$1,8=\frac{y-(-4,5)}{x-(-0,5)}$

$y = 1,8x – 3,6$

<u>Point de rencontre avec l’axe des *y*</u> :

Point (0; –3,6)

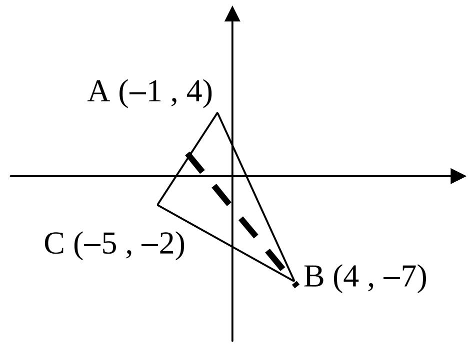
<u>Point de rencontre avec l’axe des *x*</u> :

$1,8x – 3,6 = 0$

$x = 2$

Point (2, 0)

b) <u>Médiane du côté AC</u> :



1° Point milieu du côté AC :

$x = \frac{-5-1}{2} = -3$ $y = \frac{-2+4}{2} = 1$

Point (–3 , 1)

2° Pente la médiane du côté AC :

$m_1 = \frac{1-(-7)}{-3-4} = -\frac{8}{7}$

Équation de la médiane :

$$-\frac{8}{7} = \frac{y-(-7)}{x-4}$$

$$y = -\frac{8}{7}x - \frac{17}{7}$$

<u>Point de rencontre avec l'axe des y</u> :

Point $(0, -\frac{17}{7})$

<u>Point de rencontre avec l'axe des x</u> :

$$-\frac{8}{7}x - \frac{17}{7} = 0$$

$x = -2{,}125$

Point (–2,125; 0)

3. Quelle est l'équation de la droite passant par le point (–10,15) et perpendiculaire à la droite d'équation

Équation de d_1 : $\frac{2}{3}y - 4 = 0$

$y = 6$

Pente de d_1 : Nulle (droite horizontale).

Pente de d_2 : Non définie (droite verticale).

Équation de d_2 : $x = -10$.

4.

1° <u>Équipe TREK-X</u> : $(x_1, y_1) = (-\frac{17}{3}, -2)$ $(x_2, y_2) = (-4, 3)$

$\frac{a}{b} = \frac{2}{1}$ Donc : a = 2 et b = 1

$x = \frac{1(-\frac{17}{3}) + 2(-4)}{3} = -\frac{41}{9}$ $y = \frac{1(-2)+2(3)}{3} = \frac{4}{3}$

Distance entre $(-\frac{41}{9}, \frac{4}{3})$ et (–4, 3) :

$d_{\text{TREK-X}} = \sqrt{(-4-(-\frac{41}{9}))^2 + (3-\frac{4}{3})^2} = \sqrt{3{,}0864...} \approx 1{,}76$ km.

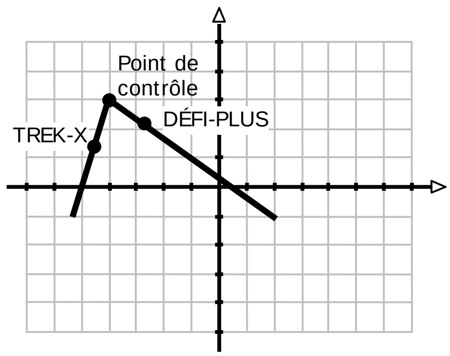
2° <u>Équipe DÉFI-PLUS</u> : $(x_1, y_1) = (2, -1)$ $(x_2, y_2) = (-4, 3)$

$\frac{a}{b} = \frac{4}{1}$ Donc : a = 4 et b = 1

$x = \frac{1(2)+4(-4)}{5} = -2{,}8$ $y = \frac{1(-1)+4(3)}{5} = 2{,}2$

Distance entre (−2,8 ; 2,2) et (−4, 3) :

$D_{\text{DÉFI-PLUS}} = \sqrt{(-4-(-2{,}8))^2+(3-2{,}2)^2} = \sqrt{2{,}08} \approx 1{,}44$ km.

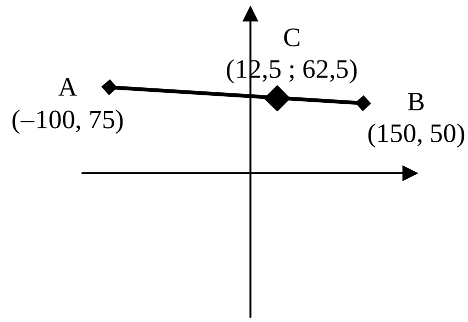


<u>Résultat :</u> l'équipe DÉFI-PLUS est située le plus près du point de contrôle (1,44 km par rapport à 1,76 km).

5.

EXPRESSION	SEGMENT
A) $\sqrt{(1-(-1))^2+(4-(-4))^2}$	$\overline{CD}$
B) $\sqrt{(1-1)^2+(4+4)^2}$	$\overline{BC}$
C) $\sqrt{(-1-1)^2+(4+4)^2}$	$\overline{AB}$
D) $\lvert -1-1 \rvert$	$\overline{AC}$ ou $\overline{BD}$

6.



ÉCHELLE :
$1 \triangleq 2$ km

1° <u>Position de l'autobus parti du point A</u> :

$(x_1, y_1) = (-100, 75)$ $(x_2, y_2) = (12{,}5 ; 62{,}5)$

$$x = \frac{-100 + 12{,}5}{2} = -43{,}75 \qquad y = \frac{75 + 62{,}5}{2} = 68{,}75$$

2° <u>Position de l'autobus parti du point B</u> :

$(x_1, y_1) = (150, 50)$ $(x_2, y_2) = (12{,}5 ; 62{,}5)$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ Donc : a = 1 et b = 3

$$x = \frac{3(150) + 1(12{,}5)}{4} = 115{,}625 \qquad y = \frac{3(50) + 1(62{,}5)}{4} = 53{,}125$$

3° <u>Distance entre les deux autobus</u> :

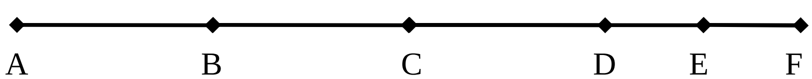
$(x_1, y_1) = (-43{,}75 ; 68{,}75)$ $(x_2, y_2) = (115{,}625 ; 53{,}125)$

$$d = \sqrt{(115{,}625 - (-43{,}75))^2 + (53{,}125 - 68{,}75)^2} = \sqrt{25644{,}5312...} \approx 160{,}14$$

Distance = 160,14 × 2 km = 320,28 km

<u>Résultat</u> : au kilomètre près, la distance séparant les deux autobus est de 320 km.

7.



ÉNONCÉ 1 : Le point <u>**B**</u> partage le segment AF dans le rapport $\frac{1}{3}$ à partir de A.

ÉNONCÉ 2 : Le point D est situé aux $\mathbf{\frac{3}{4}}$ du segment AF.

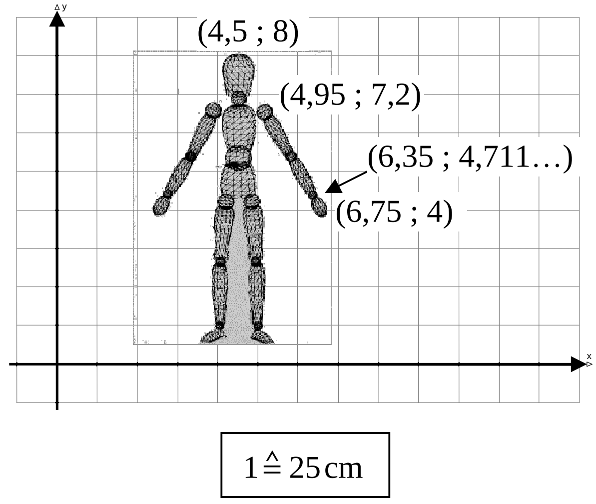
ÉNONCÉ 3 : Le point <u>**C**</u> partage le segment BD dans le rapport $\frac{1}{1}$.

ÉNONCÉ 4 : Le point E partage le segment CF dans le rapport $\mathbf{\frac{1}{3}}$ à partir de F.

ÉNONCÉ 5 : Le point C est situé aux $\frac{2}{3}$ du segment <u>**AD**</u>.

ÉNONCÉ 6 : Le point <u>**E**</u> partage le segment AF dans le rapport $\frac{7}{1}$ à partir de A.

8.



1° <u>Position de l'épaule</u> :

$(x_1, y_1) = (4{,}5 ; 8)$ $(x_2, y_2) = (6{,}75 ; 4)$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$ Donc : a = 1 et b = 4

$$x = \frac{4(4,5)+1(6,75)}{5} = 4,95$$

$$y = \frac{4(8)+1(4)}{5} = 7,2$$

<u>Épaule</u> : (4,95 ; 7,2)

2° <u>Position du poignet</u> :

$(x_1, y_1) = (4{,}95 ; 7{,}2)$ $(x_2, y_2) = (6{,}75 ; 4)$

$\frac{a}{b} = \frac{7}{2}$ Donc : a = 7 et b = 2

$$x = \frac{2(4,95)+7(6,75)}{9} = 6,35 \qquad y = \frac{2(7,2)+7(4)}{9} = 4,7111...$$

<u>Poignet</u> : (6,35 ; 4,7111…)

3° <u>Distance du poignet à l'épaule</u> :

$(x_1, y_1) = (6{,}35 ; 4{,}7111\ldots)$ $(x_2, y_2) = (4{,}95 ; 7{,}2)$

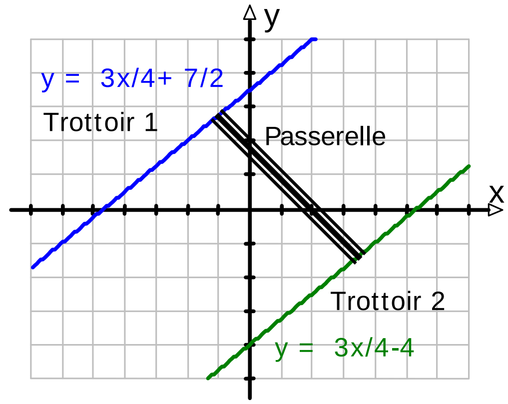
$$d = \sqrt{(4,95-6,35)^2+(7,2-4,7111...)^2} = \sqrt{8,15456...} \approx 2,8556$$

4° <u>Taille réelle de l'acteur</u> :

2,5 × 2,8556 × 25 cm = 178,475 cm ≈ 1,78 m

<u>Résultat</u> : la taille réelle de l'acteur est égale à 1,78 m
<u>(Note</u> **:** 1,79 m est aussi un résultat correct.)

9.



1° <u>Équation du 2^e trottoir :</u>

1^er trottoir : $3x - 4y + 14 = 0$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$$

$$m_1 = \frac{3}{4}$$

2^e trottoir : $m_2 = m_1 = \frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4} = \frac{y+1}{x-4}$$

$$y = \frac{3}{4}x - 4$$

2° <u>Point de départ de la passerelle sur le 1^er trottoir</u> :

Si $x = -1$: $y = \frac{3}{4}(-1) + \frac{7}{2} = 2{,}75$

Point de départ de la passerelle : (–1 ; 2,75)

3° <u>Point d'arrivée de la passerelle sur le 2^e trottoir</u> :

$(x_1, y_1) = (4, -1)$

Si $y = -3$: $\frac{3}{4}x - 4 = -3$

$$x = \frac{4}{3}$$

$(x_2, y_2) = (\frac{4}{3}, -3)$ $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$ Donc : a = 1 et b = 4

$$x = \frac{4(4) + 1(\frac{4}{3})}{5} = \frac{52}{15} \qquad y = \frac{4(-1) + 1(-3)}{5} = -1{,}4$$

Point d'arrivée de la passerelle : $(\frac{52}{15}, -1{,}4)$

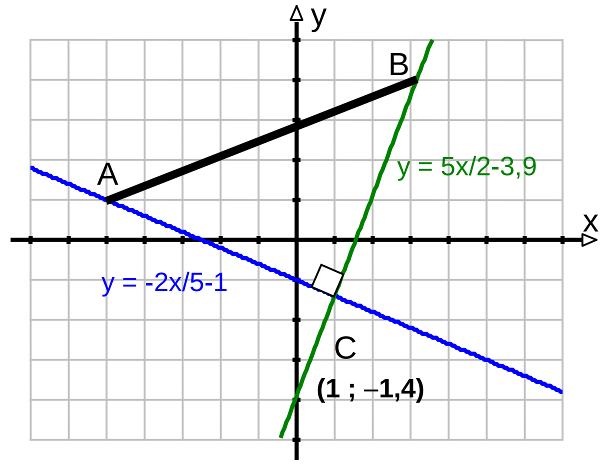
4° <u>Mesure de la passerelle</u> :

$(x_1, y_1) = (-1 ; 2{,}75)$ $(x_2, y_2) = (\frac{52}{15}, -1{,}4)$

$$d = \sqrt{(\frac{52}{15} - (-1))^2 + (-1{,}4 - 2{,}75)^2} = \sqrt{37{,}173611...} = 6{,}097\ldots$$

<u>Résultat</u> : au dixième de mètre près, la passerelle mesure 6,1 m.

10.



1° <u>Coordonnées du point A</u> :

Si $x = -5$: $y = -\frac{2}{5}(-5) - 1 = 1$

Point A : (–5, 1)

2° <u>Équation du côté BC</u> :

Côté AC : $y = -\frac{2}{5}x - 1$

$m_1 = -\frac{2}{5}$

AC est perpendiculaire à BC : $m_2 = \frac{5}{2}$

$$\frac{5}{2} = \frac{y - (-1{,}4)}{x - 1}$$

$$y = \frac{5}{2}x - 3{,}9$$

3° <u>Coordonnées du point B</u> :

Si $y = 4$: $\frac{5}{2}x - 3{,}9 = 4$

$x = 3{,}16$

Point B : (3,16 ; 4)

4° <u>Mesure de l'hypoténuse</u> (distance entre A et B) :

$(x_1, y_1) = (-5, 1)$ $(x_2, y_2) = (3{,}16 ; 4)$

$$d = \sqrt{(3{,}16 - (-5))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{75{,}5856} = 8{,}693\ldots$$

<u>Résultat</u> : l'hypoténuse mesure, au centième près, 8,69 unités.