L'ESCALE
CENTRE D'ÉDUCATION DES ADULTES

COMMISSION SCOLAIRE DE L'AMIANTE
Un partenaire à la réussite !

DOCUMENT DE RÉVISION MAT-4105

ÉLABORÉ PAR JEAN PAQUET, ENSEIGNANT EN MATHÉMATIQUES,
CENTRE D'ÉDUCATION DES ADULTES L'ESCALE

COMMISSION SCOLAIRE DE L'AMIANTE

MAI 2005

Document de révision MAT-4105

(Les exposants et les radicaux)

Parlons d'abord de base et d'exposant : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{\text{n fois}}$ **a** est la base et **n** l'exposant.

On a alors $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, on a aussi $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

<u>**Attention à la loi des signes :**</u>

$-2^3 = -(2 \times 2 \times 2) = -8$ **la base est 2** alors $-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$
$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$ **la base est -2** alors $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

Voici maintenant les 7 lois des exposants :

- ## 1^ère^ loi des exposants : $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$3^3 \times 3^4$ = on sait que $3^3 = 3 \times 3 \times 3$ et que $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ alors on a que $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$
On a additionné les exposants de la base, soit $3^{3+4} = 3^7$

Ex : a) $(-x)^3 \times (-x)^5 = (-x)^{3+5} = (-x)^8 = x^8$

b) $(-3)^3 \times 3^5$ = ce sont des bases différentes, il faut trouver le signe de la 1ère, soit (-) car $-3 \times -3 \times -3 = -27$ donc $-3^3 \times 3^5 = -3^{3+5} = -3^8$, on peut additionner les exposants car on a maintenant 2 bases identiques : 3.

- ## 2^ième^ loi des exposants : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$

$$\frac{3^5}{3^3} = \frac{3 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{3 \times 3}{1} = 3^2 = 9$$

On a soustrait les exposants de la base, soit $3^{5-3} = 3^2$

Ex : a) $\frac{2z^5}{6z^2} = \frac{1z^3}{3}$ ou $\frac{1}{3}z^3$ ou $\frac{z^3}{3}$ on simplifie en premier les coefficients numériques et on applique en second lieu la 2ième loi des exposants.

- ## $3^{ième}$ loi des exposants : $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ où m $\in$ Í$^{+}$

Lorsque la base est affectée d'un exposant négatif, on inverse la base et l'exposant devient positif.

Ex : a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ ou $\frac{1}{8}$ b) $\frac{3^{-3}}{3^4} = 3^{-3-4} = 3^{-7} = \frac{1}{3^7}$ ou $\frac{1}{2187}$

c) $\frac{2^{-3}}{3^{-4}} = \frac{3^4}{2^3}$ ou $\frac{81}{8}$ d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3}$ ou $\frac{125}{8}$

e) $7b^{-3} = 7 \text{ x } \frac{1}{b^3} = \frac{7}{b^3}$ la base affectée de l'exposant (**-**) est **b** seulement

- ## $4^{ième}$ loi des exposants : $a^0 = 1$ où $a \neq 0$

Toute base (différente de 0) affectée de l'exposant 0 donne 1

Ex : a) $7^0 = 1$ b) $x^0 = 1$ c) $\frac{3^3}{3^3} = \frac{3x3x3}{3x3x3} = \frac{27}{27} = 1$

- ## $5^{ième}$ loi des exposants : $(a^m)^n = a^{m \text{ x } n}$

Pour élever une puissance (*m*) d'une base (*a*) à une puissance (*n*), on multiplie les exposants entre eux.

Ex : a) $(3^2)^3 = 3^{2 \text{ x } 3} = 3^6$ b) $-5(x^2)^5 = -5\ x^{2 \text{ x } 5} = -5x^{10}$

c) $((-3)^2)^{-3} = (3^2)^{-3}$ Au départ, **la loi des signes**, la base (-3) avec exposant pair, elle devient positive.

$(3^2)^{-3} = 3^{2 \text{ x } -3}$ Par la suite, **loi 6** (2 x -3) pour les exposants

$3^{2 \text{ x } -3} = 3^{-6}$ On a un exposant (-), **loi 3**

$3^{-6} = \frac{1}{3^6}$

- ## $6^{ième}$ loi des exposants : $(abc)^m = a^m\ b^m\ c^m$

Pour élever à une puissance (*m*) un produit déjà sous forme exponentielle, il suffit de multiplier les exposants de chacun des facteurs (*abc*) par l'exposant (*m*)

Ex : a) $(5\ c^3\ d^{1/3})^4$ = **loi 6** ➔ $(5)^4 \times (c^3)^4 \times (d^{1/3})^4$

$(5\ c^3\ d^{1/3})^4$ = **loi 5** ➔ $5^4 \times c^{3x4} \times d^{1/3x4}$

$(5\ c^3\ d^{1/3})^4 = 5^4\ c^{12}\ d^{4/3}$

b) $(-x^2\ y)^3 = (-1)^3\ x^{2x3}\ y^{1x3} = -x^6\ y^3$

c) $(-a^3\ b^2)^2 = (-1)^2\ a^{3x2}\ b^{2x2} = a^6\ b^4$

- ## $7^{ième}$ loi des exposants : $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$ où $b \neq 0$

Pour élever à une puissance (*m*) un quotient de deux expressions exponentielles, il suffit de multiplier les exposants de chacune des expressions par l'exposant (*m*)

Ex : a) $\left(\dfrac{x}{y^2}\right)^5 = \left(\dfrac{x^5}{y^{2x5}}\right) = \dfrac{x^5}{y^{10}}$

b) $\left(\dfrac{3x^2}{4y^3}\right)^{-3} = \left(\dfrac{3^{-3}x^{-6}}{4^{-3}y^{-9}}\right) = \left(\dfrac{\dfrac{1}{3^3}\,x\,\dfrac{1}{x^6}}{\dfrac{1}{4^3}\,x\,\dfrac{1}{y^9}}\right) = \dfrac{1}{3^3}\,x\,\dfrac{1}{x^6}\,x\,\dfrac{4^3}{1}\,x\,\dfrac{y^9}{1} = \dfrac{4^3\,y^9}{3^3\,x^6}$

<u>Notation scientifique</u>

En notation scientifique, un nombre est toujours exprimé sous la forme a x 10^n, où *n* est un nombre entier et *a* un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$

Ex : a) 234,56 = 2,3456 x 10^2 — On déplace la virgule de 2 positions vers la gauche, on aura un exposant positif.

b) 23 400 = 2,34 x 10^4 — On déplace la virgule de 4 positions vers la gauche, on aura un exposant positif.

c) 0,0002334 — On déplace la virgule de 4 positions vers la droite, on aura un exposant négatif.

0,0002334 = 2,334 x 10^{-4}

Pour exprimer un nombre en notation scientifique, nous devons :

1. Déplacer la virgule de cadrage à droite du 1er chiffre non nul;

2. Compter de combien de positions nous avons déplacé la virgule de cadrage;

3. Inscrire ce nombre comme exposant de la base 10 :

a) cet exposant est (+) si la virgule de cadrage a été déplacée vers la gauche;

b) cet exposant est (-) si la virgule de cadrage a été déplacée vers la droite.

EXERCICES :

1. $0,7^{-2} =$

2. $-3y^2 * y^{-1} =$

3. $2^{1/2} * -(2)^2 =$

4. $3y^2 \div 2y =$

5. $-\left(\dfrac{8,1c^2}{0,9c^2}\right) =$

6. $[(-5)^2]^{1/2} =$

7. $\left(\dfrac{3^2}{2^3}\right)^4 =$

8. $3x^2 * 2x^{-1} =$

9. $\frac{2}{3}y^2 \div \frac{1}{6}y^3 =$

10. $\frac{1}{3}y^{-2} * \frac{1}{8}y^2 =$

11. $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{1}{4}\right)^4\right]^{-1} =$

12. $(8^{-3} * 2^{½})^{-2} =$

13. $(1,5 \times 10^3) * (0,4 \times 10^{-2}) =$

14. Convertissez les nombres suivants en notation scientifique ou notation décimale selon le cas :

a) 123 456 =

b) 0,00000987 =

c) 9 876 543 =

d) 0,00456 =

e) $1,2 \times 10^4 =$

f) $9,876 \times 10^{-4} =$

g) $1,234\ 56 \times 10^3 =$

h) $1,234\ 56 \times 10^{-3} =$

Pour simplifier une expression algébrique ou numérique dont les termes sont sous forme exponentielle, nous devons :

1° respecter la règle de priorité des opérations;

2° appliquer la ou les lois des exposants;

3° affecter chaque puissance du signe adéquat suivant que l'exposant est pair ou impair;

4° s'il y a lieu, rendre positifs tous les exposants négatifs.

Ex :

1. $\dfrac{(a^3b^4)^2}{(a^2b)^3} =$ loi 6

$\dfrac{a^{3 \times 2}\, b^{4 \times 2}}{a^{2 \times 3}\, b^{1 \times 3}} = \dfrac{a^6\, b^8}{a^6\, b^3}$ loi 5

$a^{6-6}\, b^{8-3} =$ loi 2

$a^0\, b^5 = b^5$ loi 4

2. $\dfrac{(2x^2y + 3x^2y)^2}{125x^4y^6} =$ on additionne les termes semblables (x^2y)
$2 + 3 = 5x^2y$

$\dfrac{(5x^2y)^2}{125x^4y^6} =$ loi 6

$\dfrac{5^2x^4y^2}{5^3x^4y^6}$

$5^{2-3}\, x^{4-4}\, y^{2-6} =$ loi 2

$5^{-1}\, x^0\, y^{-4} =$ loi 3 & 4

$\dfrac{1}{5y^4}$

3. $\dfrac{(-3)^2 * (-5)^6}{-(3 * 5^3)^3} =$ (-3) et (-5) base négative mais exposants pairs donc les bases seront positives

$\dfrac{(3)^2 * (5)^6}{-(3 * 5^3)^3} =$

le – devant la ( ) restera là car il n'est pas affecté d'un exposant. On utilise la loi 6

$\dfrac{(3)^2 * (5)^6}{-(3^3 * 5^9)} =$ loi 2 et on garde le signe – devant

$-(3^{2-3} * 5^{6-9}) =$ loi 3 (pas d'exposants négatifs)

$-(3^{-1} * 5^{-3}) = \dfrac{1}{3*5^3}$

4. $\left(\dfrac{3\,x^{-2}\,y^3}{2\,x\,y^{-2}\,z}\right)^2 =$ loi 6

$\dfrac{3^2\,x^{-4}\,y^6}{2^2\,x^2\,y^{-4}\,z^2} =$ loi 2

$\dfrac{3^2\,x^{-4-2}\,y^{6--4}}{2^2\,z^2} = \dfrac{3^2\,x^{-6}\,y^{10}}{2^2\,z^2}$ loi 3

$\dfrac{3^2\,y^{10}}{2^2\,x^6\,z^2}$

Exercices :

a) $\left(\dfrac{3x^2}{2y^4}\right)^2 * \left(\dfrac{-2x^{-1}}{3y^3}\right)^{-2}$

b) $\dfrac{(a^2\,b^{-4}\,c^0)^2 * (a^{-1}\,b^2\,c^2)^{-1}}{(a^3\,b^4) * (a^{-1}\,b^{-2}\,c^3)^{-2}}$

c) $\left(\dfrac{3x^2y^3}{2x^5y^{-2}z^2}\right)^2 \div \left(\dfrac{9}{2}x^{-6}y^{15}z\right)$

Transformation sous forme exponentielle d'une expression renfermant un radical et vice-versa

- La **racine n^e** d'un nombre x est un nombre dont la n^e puissance est égale à x. Ainsi, $\sqrt{9} = 3$ parce que $3^2 = 9$
- La **n^e puissance** d'un nombre est le produit de n facteurs égaux à ce nombre. Ainsi, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
- Le **radical ($\sqrt{\ }$)** est le symbole utilisé pour signifié l'opération consistant à extraire la racine d'un nombre.
- Le **radicande** est l'expression placée sous le radical.

Indice du radical

Coefficient numérique ← $-2{,}5\ \sqrt[3]{x^4}$

Radicande

Dans l'expression $\frac{3}{8}\ \sqrt{36}$; $\frac{3}{8}$ est le coefficient numérique, 2 est l'indice du radical et 36 est le radicande.

Exercices :

Dans les expressions suivantes, identifiez :

a) le coefficient numérique ;
b) le radicande ;
c) l'indice du radical.

1. $-5\ \sqrt{2^3}$

2. $\frac{3}{5}\ \sqrt[3]{5^4}$

Pour exprimer sous forme exponentielle une expression placée sous radical, qui est une puissance d'une seule base, nous devons :

1º sortir le radicande du radical et l'utiliser comme base de l'expression exponentielle;

2º diviser l'exposant du radicande par l'indice du radical et inscrire la fraction obtenue comme exposant de cette base;

3º transformer en la base la plus petite possible, si la base est un nombre, et simplifier l'expression obtenue, s'il y a lieu, en appliquant la 5ième loi des exposants.

- $9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3$
  $\sqrt{9} = \sqrt[2]{9^1} = 3$
  donc : $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9^1}$

- $8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$
  $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8^1} = 2$
  donc : $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^1}$

Ex :

1. $-\sqrt{32} = -\sqrt[2]{32^1} = -(32)^{\frac{1}{2}} = -(2^5)^{\frac{1}{2}} = -2^{5x\frac{1}{2}} = -2^{\frac{5}{2}}$

ou plus directement $-\sqrt{32} = -\sqrt[2]{2^5} = -2^{\frac{5}{2}}$

2. $\sqrt[6]{\frac{1}{16}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^4\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x\frac{1}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ ou bien $\frac{1}{2^{\frac{2}{3}}}$

Pour traduire une expression sous forme exponentielle en une expression renfermant un radical

1º placer sous le radical la base de l'expression exponentielle ainsi que le numérateur de l'exposant;

2º inscrire le dénominateur de l'exposant comme indice du radical;

3º calculer le radicande, s'il y a lieu.

Ex :

1. $-25^{\frac{2}{3}} = -\sqrt[3]{25^2} = -\sqrt[3]{5^{2x2}} = -\sqrt[3]{5^4}$

ou bien : $-25^{\frac{2}{3}} = -(5^2)^{\frac{2}{3}} = -(5)^{2x\frac{2}{3}} = -5^{\frac{4}{3}} = -\sqrt[3]{5^4}$

Exercices :

Transformez les expressions : sous formes exponentielles ou sous forme renfermant un radical selon le cas.

a) $\sqrt[3]{27^4}$

b) $-\sqrt{243}$

c) $\sqrt[9]{x^3}$

d) $-\sqrt[5]{y^{15}}$

e) $5^{\frac{4}{5}}$

f) $-2^{\frac{3}{4}}$

Pour transformer une expression numérique ou algébrique de la forme a^m x $\sqrt[n]{a^p}$ en une expression de forme exponentielle exprimée dans sa base la plus simple, nous devons :

1° exprimer sous forme exponentielle l'expression placée sous radical;

2° transformer les bases en des bases les plus petites possible, s'il y a lieu;

3° appliquer les lois des exposants requises.

Ex :

1. $\frac{1}{7^3} \quad \sqrt[4]{49^{-5}}$

$\frac{1}{7^3}$ x $(49)^{\frac{-5}{4}}$

$\frac{1}{7^3}$ x $\left(7^2\right)^{\frac{-5}{4}}$

$\frac{1}{7^3}$ x $7^{2x-\frac{5}{4}}$

$\frac{1}{7^3}$ x $7^{\frac{-5}{2}} = 7^{-\frac{5}{2}-3} = 7^{-\frac{11}{2}} = \frac{1}{7^{\frac{11}{2}}}$

Exercices :

a) $y^5 \sqrt[3]{y^{12}}$

b) $\frac{1}{25}\sqrt[3]{125}$

c) $a^{\frac{3}{4}} \sqrt[4]{a^5}$

d) $\frac{1}{8^2}\sqrt[8]{16^{-6}}$

SOMME, DIFFÉRENCE, PRODUIT ET QUOTIENT D'EXPRESSIONS NUMÉRIQUES CONTENANT DES RACINES CARRÉES ($\sqrt{\ }$)

Lorsque des radicaux semblables sont reliés par des signes **d'addition ou de soustraction,** il est possible d'additionner ou de soustraire ces expressions de la même façon que vous le faisiez avec des variables.

Ex :

$3x + 4x = 7x$ alors $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ et **non pas** $7\sqrt{4}$

On aura la même procédure pour les radicaux, soit :

$\left(\sqrt{32} - 3\sqrt{2}\right)$ - $\left(5\sqrt{18} - \sqrt{8}\right)$	on élimine les ( )
$\sqrt{32}$ $-3\sqrt{2}$ - $5\sqrt{18}$ + $\sqrt{8}$	on place sous un radical commun $\sqrt{2}$
$\sqrt{2x16}$ - $3\sqrt{2}$ - $5\sqrt{2x9}$ + $\sqrt{2x4}$	on extrait les racines connues $\sqrt{16}$ $\sqrt{9}$ et $\sqrt{4}$
$4\sqrt{2}$ - $3\sqrt{2}$ - 5 x 3 $\sqrt{2}$ + 2 $\sqrt{2}$	5 x 3 = 15 lorsqu'on extrait, on multiplie les coefficients devant le radical.
$4\sqrt{2}$ - $3\sqrt{2}$ - 15 $\sqrt{2}$ + 2 $\sqrt{2}$	on additionne ou soustrait selon le cas
(4 – 3- 15 + 2) $\sqrt{2}$	
$-12\sqrt{2}$	

Exercices :

1. $-(4\sqrt{8}$ $- 2\sqrt{32}$ $- 3\sqrt{18}$)
2. $1,5\sqrt{8}$ $- 1,5\sqrt{2}$ $+ 0,5\sqrt{32}$
3. $\frac{10}{3}\sqrt{7}$ $- \left(\frac{1}{3}\sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{28} \right)$

Nous retrouvons sensiblement les mêmes lois lors de la **multiplication** d'expressions renfermant des radicaux, soit **l'associativité** et la commutativité.

Ainsi $3\sqrt{2}$ x $4\sqrt{5}$ on peut **associer** les coefficients numériques, soit : 3 et 4.
De même, on peut **associer** les radicaux de même indice, soit $\sqrt{2}$ et $\sqrt{5}$

On obtient alors 3 x 4 = 12 et $\sqrt{2}$ x $\sqrt{5} = \sqrt{10}$

On a comme réponse $12\sqrt{10}$

Attention : Vous devez placer sous un même radical les radicandes apparaissant sous des radicaux de même indice.

Pour la multiplication :

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \text{ x } \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}}$$

Ex :

$-2\sqrt{5} * -3\sqrt{2} * 4\sqrt{6}$

$(-2 * -3 * 4) * (\sqrt{5} * \sqrt{2} * \sqrt{6})$

$24\sqrt{60}$

$24\sqrt{4X15}$

$24 * 2\sqrt{15} = 48\sqrt{15}$

Même principe pour la division :

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

- $\frac{6\sqrt{48}}{18\sqrt{6}}$ on peut simplifier les coefficients numériques

$\frac{1\sqrt{48}}{3\sqrt{6}}$ plaçons les radicandes de même indice sous un même radical

$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{48}{6}}$ on peut simplifier 48 / 6

$\frac{1}{3}\sqrt{8}$ on peut décomposer en facteur: 8

$\frac{1}{3}\sqrt{4x2}$ on peut extraire la racine de 4

$\frac{1}{3}x2\sqrt{2}$ on multiplie les coefficients numériques

$\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Nous ne présentons *jamais* un résultat doté d'un dénominateur irrationnel; il faut le rationaliser.

Ex :

$\frac{2}{3\sqrt{5}}$ Multiplions le numérateur et le dénominateur par le radical placé au dénominateur.

$\frac{2}{3\sqrt{5}} \text{ x } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ on multiplie 2 x $\sqrt{5}$, c'est comme 2 x b = 2b alors on aura $2\sqrt{5}$

$\frac{2\ \sqrt{5}}{3 \text{ x } \sqrt{5} \text{ x } \sqrt{5}}$ on multiplie 3 x $\sqrt{5}$ x $\sqrt{5}$, on aura $3\sqrt{25}$

$\frac{2\ \sqrt{5}}{3\ \sqrt{25}}$ on extrait la racine de 25

$\frac{2\ \sqrt{5}}{3 \text{ x } 5} = \frac{2\ \sqrt{5}}{15}$

Exercices :

1. $3\sqrt{2}$ x $\left(-5\sqrt{6}\right)$

2. $\dfrac{-8\sqrt{6}}{2\sqrt{12}}$

3. $\dfrac{1}{3}\sqrt{2}$ x $\dfrac{1}{2}\sqrt{12}$ x $\left(-\dfrac{3}{4}\sqrt{2}\right)$

4. $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ + $\dfrac{7}{\sqrt{7}}$ - $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ - $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

<u>OPÉRATIONS</u> SUR DES POLYNÔMES RENFERMANT DES RACINES CARRÉES

Nous retrouvons sensiblement la même loi de l'algèbre lors de la **<u>multiplication</u>** d'expressions renfermant des radicaux, soit **<u>la distributivité.</u>**

Ainsi, en algèbre l'expression : 3 (x + y) = 3x + 3y de la même façon avec les radicaux;

si on a : $2\sqrt{5}\ (3\sqrt{8} + 4\sqrt{2})$ on fait la distributivité de $2\sqrt{5}$

on obtient : $(2\sqrt{5}$ x $3\sqrt{8}) + (2\sqrt{5}$ x $4\sqrt{2})$

$6\sqrt{40} + 8\sqrt{10}$

$6\sqrt{4x10} + 8\sqrt{10}$ on peut faire une décomposition en facteurs, cela nous permet d'extraire la racine de 4

6 x $2\sqrt{10} + 8\sqrt{10}$ une fois la racine extraite, on la (X) par le coefficient

$12\sqrt{10} + 8\sqrt{10} = 20\sqrt{10}$ on additionne les $\sqrt{10}$

Voyons la **<u>distributivité d'un binôme par un binôme</u>**, c'est aussi le même principe que l'algèbre.

Ainsi : (2x + 4) (3x – 5)
$6x^2 – 10x + 12x – 20$
$6x^2 + 2x – 20$

On applique le même principe aux radicaux :

$(2\sqrt{2} + 4) (3\sqrt{8} - 5)$

$(2\sqrt{2} \text{ x } 3\sqrt{8}) + (2\sqrt{2} \text{ x } – 5) + (4 \text{ x } 3\sqrt{8}) + (4 \text{ x } -5)$

$6\sqrt{16} - 10\sqrt{2} + 12\sqrt{8} - 20$

$6\sqrt{4x4} - 10\sqrt{2} + 12\sqrt{4x2} - 20$ on factorise si possible

$6\text{x}4 - 10\sqrt{2} + 12\text{x}2\sqrt{2} - 20$ on extrait les racines et on multiplie les coefficients

$24 - 10\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 20$ on additionne les termes semblables

$4 + 14\sqrt{2}$

Voici la multiplication de binômes particuliers :

$(2\sqrt{2} + 4) (2\sqrt{2} - 4)$

$(2\sqrt{2} \text{ x } 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} \text{ x } -4) +(4 \text{ x } 2\sqrt{2}) + (4 \text{ x } -4)$ on fait la distributivité

$4\sqrt{4} - 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} -16$ on factorise ou extrait les racines

$4\text{x}2 - 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} -16$

$8 - 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} -16$ on additionne les termes semblables

-8

Vous avez sans doute remarqué que cette multiplication était formée de binômes renfermant des termes identiques mais reliés par des signes contraires. Une telle expression se nomme *<u>CONJUGUÉ</u>* et le produit est toujours un nombre rationnel.

Nous sommes maintenant prêt à faire la **division** de polynômes renfermant des radicaux. Cependant, nous devons **rationaliser** le **dénominateur** en utilisant le **conjugué.**

Ex :

a)

$\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{6}-3}$ on multiplie le numérateur et dénominateur par le conjugué du dénominateur $4\sqrt{6}+3$

$\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{6}-3} \text{ x } \frac{4\sqrt{6}+3}{4\sqrt{6}+3}$ on applique la distributivité au numérateur et au dénominateur

$$\frac{(3\sqrt{2} \text{ x } 4\sqrt{6}) + (3\sqrt{2} \text{ x } 3)}{(4\sqrt{6} \text{ x } 4\sqrt{6}) + (4\sqrt{6} \text{ x } 3) + (-3 \text{ x } 4\sqrt{6}) + (-3 \text{ x } 3)}$$

$\frac{12\sqrt{12} + 9\sqrt{2}}{16\sqrt{36} + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 9}$ on factorise ou extrait la racine des radicaux

$\frac{12\sqrt{4x3} + 9\sqrt{2}}{16x6 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 9}$ on a factorisé 12
on a extrait la racine de 36

$\frac{12x2\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{96 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 9}$ on multiplie les coefficients et
on simplifie les termes semblables

$\frac{24\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{87}$ on **doit** faire une mise en évidence simple de (3)

$\frac{3(8\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{87}$ on peut simplifier (réduire) la fraction $\frac{3}{87}$

$\frac{(8\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{29}$

b)

$$\frac{2}{3+3\sqrt{5}}$$ on multiplie le numérateur et dénominateur par le conjugué

$$\frac{2}{3+3\sqrt{5}} \text{ x } \frac{3-3\sqrt{5}}{3-3\sqrt{5}}$$ on applique la distributivité

$$\frac{6-6\sqrt{5}}{9-9\sqrt{5}+9\sqrt{5}-9\sqrt{25}}$$ on fait la mise en évidence au numérateur et on extrait la racine au dénominateur

$$\frac{6\left(1-\sqrt{5}\right)}{9-9\sqrt{5}+9\sqrt{5}-9x5}$$ on fait la simplification au dénominateur

$$\frac{6\left(1-\sqrt{5}\right)}{9-45}$$

$$\frac{6\left(1-\sqrt{5}\right)}{-36}$$ on réduit la fraction et **on doit rendre le dénominateur positif**

$$\frac{1-\sqrt{5}}{-6} = \frac{-1\left(-1+\sqrt{5}\right)}{-1(6)} = \frac{-1+\sqrt{5}}{6}$$

Pour rationaliser un dénominateur formé d'un binôme renfermant un ou deux radicaux, nous devons :

1. **multiplier le numérateur et le dénominateur de l'expression par le conjugué du dénominateur de cette expression;**
2. **effectuer les produits au dénominateur et au numérateur, s'il y a lieu;**
3. **simplifier, s'il y a lieu;**
4. **simplifier les radicaux au numérateur et effectuer une mise en évidence, s'il y a lieu;**
5. **simplifier et rendre le dénominateur positif, s'il y a lieu.**

Exercices :

1. $\dfrac{2}{7+3\sqrt{5}}$

2. $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1}$

3. $\dfrac{10\sqrt{2}}{5-5\sqrt{2}}$

Rationaliser le dénominateur de l'expression suivante :

$\dfrac{5\sqrt{6}-3}{7\sqrt{3}}$ on doit multiplier le dénominateur et le numérateur par le radical du dénominateur

$\left(\dfrac{5\sqrt{6}-3}{7\sqrt{3}}\right)x\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ on applique la distributivité

$$\frac{\left(5\sqrt{6}x\sqrt{3}\right)+\left(-3x\sqrt{3}\right)}{\left(7\sqrt{3}x\sqrt{3}\right)}$$

$\dfrac{5\sqrt{18}-3\sqrt{3}}{7\sqrt{9}}$ on factorise et/ou extrait la racine, s'il y a lieu

$$\frac{5\sqrt{9x2}-3\sqrt{3}}{7\sqrt{9}} = \frac{5x3\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{7x3}$$

$\dfrac{15\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{21}$ on applique une mise en évidence au numérateur soit : (3)

$\dfrac{3\left(5\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{21}$ on simplifie la fraction $\dfrac{3}{21}$

$$\frac{\left(5\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{7} \text{ ou } \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{7}$$

Pour rationaliser une expression dont le dénominateur est formé d'un monôme renfermant un radical :

1. **multiplier le numérateur et le dénominateur par le radical du dénominateur;**
2. **calculer les produits;**
3. **simplifier les radicaux, s'il y a lieu;**
4. **effectuer une mise en évidence au numérateur, et simplifier, s'il y a lieu.**

Exercices :

1. $\dfrac{5\sqrt{2}+4}{2\sqrt{6}}$

2. $\dfrac{5\sqrt{6}}{6+4\sqrt{6}}$

3. $\dfrac{9\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{3\sqrt{6}}$

Ceci termine la matière sur les exposants et radicaux. Si vous avez des difficultés avec certaines parties de la matière, demandez à votre formateur des informations et des exercices supplémentaires.