L'ESCALE
CENTRE D'ÉDUCATION DES ADULTES

COMMISSION SCOLAIRE DE L'AMIANTE
Un partenaire à la réussite !

DOCUMENT
DE RÉVISION
MAT-4103

ÉLABORÉ PAR RICHARD POULIN, ENSEIGNANT EN MATHÉMATIQUES,
CENTRE D'ÉDUCATION DES ADULTES L'ESCALE

COMMISSION SCOLAIRE DE L'AMIANTE

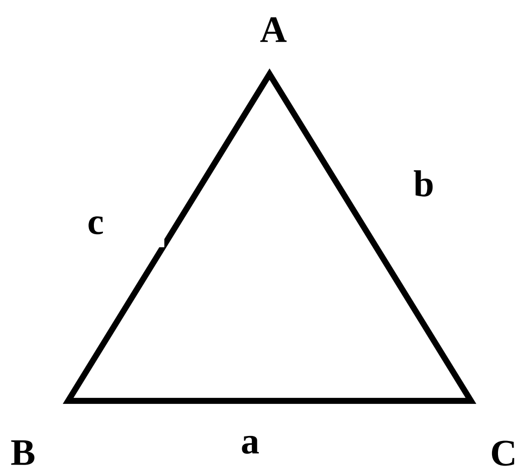
MAI 2005

DOCUMENT DE REVISION DU COURS MAT-4103

- **Rappel sur les triangles**

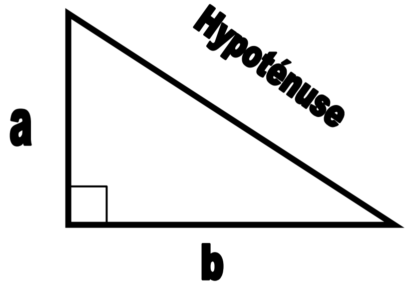
1. Un triangle est <u>rectangle</u> lorsqu'il comporte un angle droit.
2. Un triangle est <u>isocèle</u> lorsque deux de ces côtés ont la même longueur.
3. Un triangle est <u>équilatéral</u> lorsque ses trois côtés ont la même longueur.
4. Un triangle est <u>scalène</u> lorsque ses trois côtés sont de longueurs différentes.

Considérons le triangle suivant :



- **Chaque sommet est identifié par une lettre majuscule.**
- **Chaque côté est identifié par une lettre minuscule identifiant la mesure du côté opposé au sommet.**

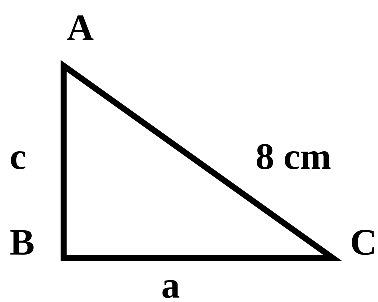
Théorème de Pythagore



$\boxed{Hyp^2 = a^2 + b^2}$

Le théorème de Pythagore s'applique uniquement dans le triangle rectangle. Pour utiliser cette relation, il faut connaître au moins 2 des trois côtés ou bien avoir un angle de 45° ou 30° .

Exemple 1 :



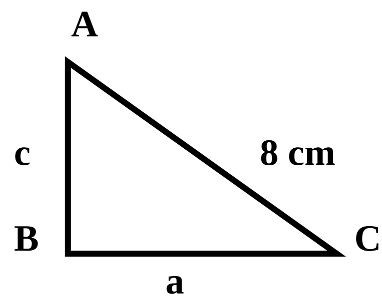
l'angle ⟨A = l'angle ⟨C = 45°
La mesure du côté c = côté a

Donc selon Pythagore :

$$8^2 = a^2 + c^2 \quad = \quad 8^2 = 2a^2$$

donc $a^2 = 32 \quad a = 5{,}66$ **cm**

Exemple 2 :



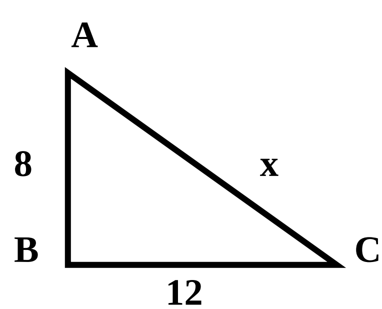
l'angle ⟨A = 30° et l'angle ⟨C = 60°

Lorsque dans un triangle rectangle un des cotés à un angle de 30°, la mesure du coté opposé est égale à la moitié de l'hypoténuse.

La mesure de a = 4 cm
Donc selon Pythagore :

$\mathbf{8^2 = 4^2 + c^2 = 8^2 - 4^2 = c^2}$
donc $\mathbf{c^2 = 48 \quad c = 6{,}93}$ **cm**

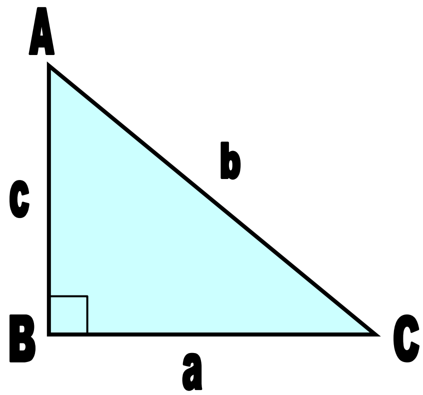
Exemple 3 :



Donc selon Pythagore :

$\mathbf{x^2 = 8^2 + 12^2 = x^2 = 208}$
donc $\mathbf{x = 14{,}42}$ **cm**

<u>Trigonométrie et rapports trigonométriques</u>



$$\text{Cosinus A} = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{c}{b} \qquad \text{Sinus A} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Cosinus C} = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{b} \qquad \text{Sinus C} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{Tangente C} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{Sinus C}}{\text{Cosinus C}}$$

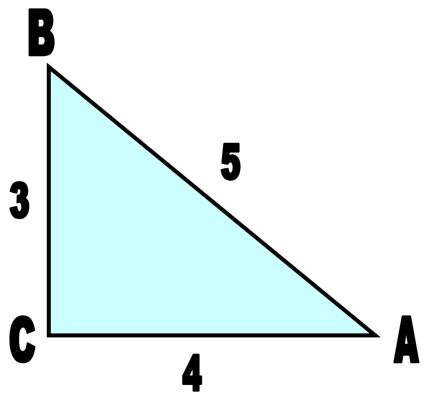
$$\text{Tangente A} = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \frac{a}{c} = \frac{\text{Sinus A}}{\text{Cosinus A}}$$

Cosinus = Cos	Sinus = Sin	Tangente = Tan

a) Note

- **Lorsque dans un triangle rectangle, un des cotés a un angle de 30^o, la mesure du coté opposé est égale à la moitié de l’hypoténuse.**
- **Lorsque dans un triangle rectangle, il y a deux angles de 45^o , la mesure de ces deux côtés sont les mêmes.**
- **Le théorème de Pythagore s’applique seulement dans le triangle RECTANGLE. Même chose pour les fonctions trigonométriques (sin, cos, tan).**

Exercice 4 :

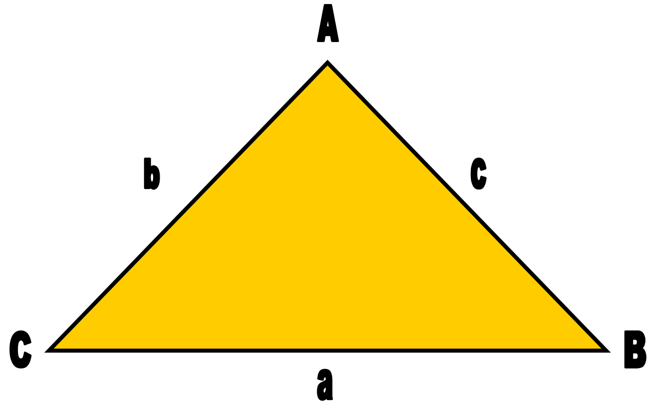


$$\text{Sin } A = \frac{m\,\overline{bc}}{m\,\overline{ab}} = \frac{3}{5}$$

L'angle A = 36,9^o
La mesure de l'angle B = 180^o - 36,9^o - 90^o = 53,1^o

Sin A = Cos B
Cos A = Sin B

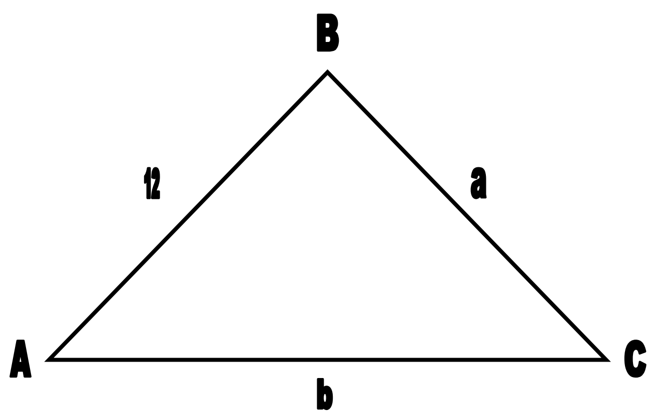
<u>Loi des sinus</u>



$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

- **Le sinus de 45^o est égal au sinus de $(180^o – 45^o)$.**
- **Cette loi peut également être utilisée dans le triangle rectangle.**
- **Pour utiliser cette loi, il faut connaître au moins deux angles ainsi que la mesure d'un coté de l'angle connu.**

Exercice 5 :



La mesure de l'angle A = 25^o
La mesure de l'angle B = 105^o

Donc on peut déduire que l'angle C = 50^o

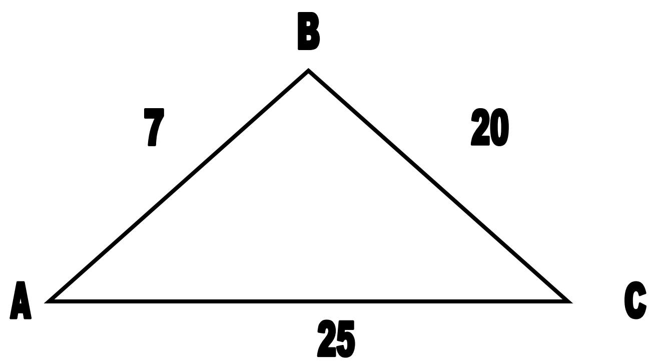
Déterminer la mesure du côté a et b ?

$$\frac{\sin 105^o}{b} = \frac{\sin 50^o}{12} = \frac{\sin 25^o}{a}$$

$12 * \sin 105^o = b * \sin 50^o$
b = 15,13 m

$a^* \text{ Sin } 50^o = 12^*\text{Sin } 25^o$
a = 6,62 m

Exemple 6 :



La mesure de l'angle A = 40^o
Déterminer la mesure de l'angle B et l'angle C ?

Selon la loi des sinus :

$$\frac{\text{Sin } 40^o}{20} = \frac{\text{Sin B}}{25} = \frac{\text{Sin C}}{7}$$

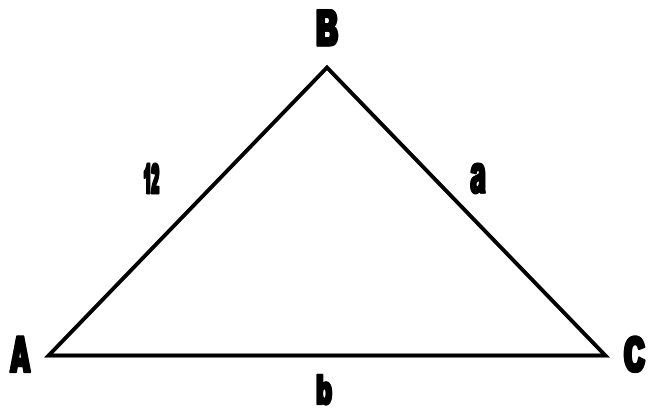
$25^* \text{ Sin } 40^o = 20^* \text{ Sin B}$
Sin B = 0,8034
Donc l'angle B= $53{,}46^o$

Comme l'angle B est obtus (> 90^o), la valeur de l'angle
= $180^o - 53{,}46^o$
L'angle B = $126{,}54^o$
L'angle C = $180^o - 126{,}54^o - 40^o = 13{,}46^o$

Preuve

$\text{Sin } 126{,}54^o = \text{Sin } 53{,}46^o$
$0{,}8034 = 0{,}8034$

Loi des cosinus

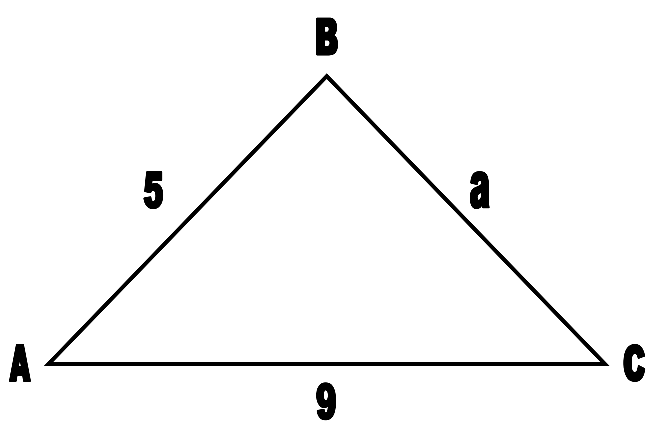


$a^2 = b^2 + c^2 - 2*b*c*\text{CosA}$ ou $b^2 = a^2 + c^2 - 2*a.*c*\text{CosB}$ ou $c^2 = a^2 + b^2 - 2*a*b*\text{CosC}$

On peut isoler l'angle pour obtenir :

$\text{CosA} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2*b*c}$ ou $\text{CosB} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2*a*c}$ ou $\text{CosC} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2*a*b}$

Exemple 7 :



La mesure de l'angle A = 23°

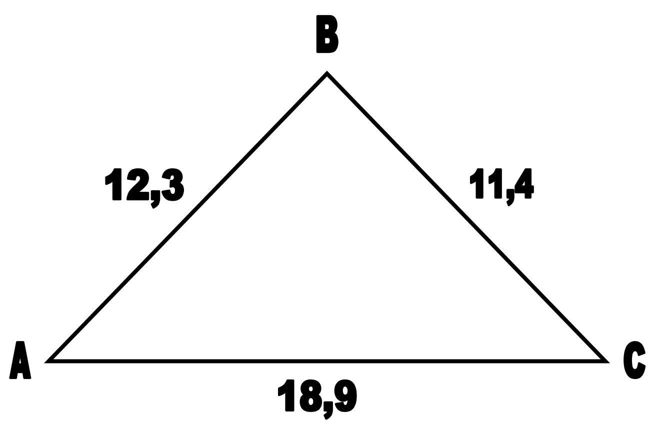
Déterminer la mesure du coté a ?

La loi des cosinus :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2*b*c*\text{Cos } A$
$a^2 = 9^2 + 5^2 - 2*9*5*\text{Cos } 23\ ^o$
a = 4,8 cm

Note : Pour les autres mesures manquantes, il est plus simple d'utiliser la loi des sinus car elle est beaucoup plus facile.

Exemple 8 :



Trouver la mesure de l'angle C ?

$$\text{Cos } C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2*a*b}$$

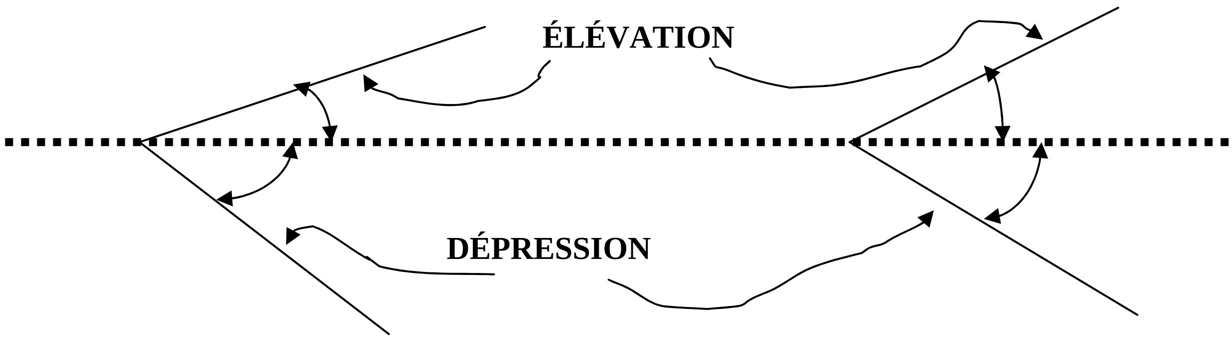
$$\text{Cos } C = \frac{11{,}4^2 + 18{,}9^2 - 12{,}3}{2 * 11{,}4 * 18{,}9}$$

Cos C = 0,7794

La mesure de l'angle C = 30,79^o

➢ Angle d’élévation et de dépression.

Les angles d’élévation et de dépression sont toujours donnés par rapport à <u>l’horizontale</u>.



<u>Processus de décision</u>