

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -10 \\ 6x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_3 - 3x_4 = 13 \end{cases}$$

Reconnaitre le potentiel de la règle comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues

MAT-3051

Enseignement explicite des stratégies de résolution de problèmes

Cette création est mise à disposition sous une licence [Creative Commons Int. 4.0 – Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage à l'identique](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Photographie : Antoine-Dautry – Unsplash
La majorité des icônes utilisées : Freepik — www.flaticon.com

Ce texte est conforme aux rectifications de l'orthographe — www.orthographe-recommandee.info

PLANIFICATION D'UN ATELIER D'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

- **SITUATION PROBLÈME (tâche)**

La compagnie de peinture

- **INTENTION PÉDAGOGIQUE**

Reconnaitre le potentiel de la règle comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues



Quoi ?

Reconnaitre les situations où une règle s'avère efficace pour trouver des valeurs inconnues.



Pourquoi ?

Pour travailler plus efficacement et précisément.



Quand ?

Quand les données du problème sont liées par une règle et qu'on a besoin de trouver une valeur liée à cette règle qui n'est pas donnée dans le problème.



Comment ?

En étudiant les variations dans les données et en associant la bonne règle aux variations.

NOTE

Cette séquence est facilement adaptable à tous les cours d'algèbre de la FBD en changeant les situations problèmes. Elle peut également bénéficier à certains élèves des secondaires 4 et 5 si on explicite le fait que la stratégie est la même, simplement avec des types de fonctions différents à leur niveau.



EXEMPLE DE MODELAGE

LECTURE À VOIX HAUTE DE LA SITUATION PROBLÈME

TÂCHE D'ÉCOUTE

L'élève doit déposer son crayon, observer ce que l'enseignant fait, ce qu'il se dit, particulièrement quand il cherche une règle et comment.

VERBATIM

Je vais modéliser la stratégie **Reconnaitre le potentiel de la règle comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues**. Je commence par lire mon problème. *La compagnie de peinture. Alain et 9 de ses amis ont mis sur pied une compagnie de peinture pour l'été.* Alain et 9 de ses amis, ils sont donc 10, je le note. *Ils ont reçu leur premier contrat pour repeindre un immeuble. Le propriétaire de l'immeuble à repeindre leur offre deux options de rémunération. Rémunération veut dire salaire, je l'écris. Soit il leur donne un montant fixe à se séparer entre eux ou il leur offre un salaire à chacun. Les tableaux suivants détaillent ces deux options.* Je vois ici le montant fixe, on a le nombre de travailleurs en fonction du salaire par travailleur et pour le salaire individuel, j'ai le nombre d'heures travaillées et le salaire qui y est associé pour chacun. *À partir de combien d'heures de travail est-ce que l'option du salaire individuel devient plus intéressante?* C'est la question, il va donc falloir déterminer à quel moment chacun va gagner plus d'argent en étant payé individuellement plutôt qu'avec un montant fixe.

Il va falloir commencer par calculer combien d'argent le montant fixe rapporte à chacun. Si je regarde le premier tableau, je vois que j'ai les données pour 3, 4, 5 ou 6 travailleurs, mais je sais qu'ils sont 10, je l'écris en bas dans la colonne appropriée. Je vais donc trouver la règle qui lie mes deux variables afin de calculer combien chacun recevra s'ils sont 10. Je regarde les variations, je vois que le nombre de travailleurs monte toujours de 1, le salaire, lui, descend de 1250, puis de 750 et de 500, ce n'est donc pas une fonction linéaire ou affine. Je vérifie donc si c'est une variation inverse. $3 \times 5000 = 15\ 000$, $4 \times 3750 = 15\ 000$, $5 \times 3000 = 15\ 000$, $6 \times 2500 = 15\ 000$ aussi. Pour le montant fixe, j'ai donc une fonction rationnelle, $y=k/x$ et puisque le produit des variables donnait toujours 15 000, j'ai

que $k = 15\,000$. Je peux donc écrire la règle pour le montant fixe : $y = 15\,000/x$ où $x =$ nombre de travailleurs et $y =$ salaire de chacun. Comme ils sont 10 travailleurs, on peut utiliser la règle, en remplaçant x par 10, $y = 15\,000/10 = 1500$. Chacun reçoit donc un salaire de 1500 \$ avec l'option du montant fixe. Il reste maintenant à trouver à quel nombre d'heures ce salaire correspond.

Dans le tableau du salaire individuel, j'ai certains salaires associés à certains nombres d'heures travaillées. Je sais que je cherche le nombre d'heures pour 1500 \$ de salaire. J'écris 1500 en bas de la colonne de « salaire » et « ? » en bas de la colonne « nombre d'heures travaillées ». J'ai une valeur inconnue, je vais donc chercher une équation algébrique, une règle qui va lier les deux variables. Je regarde les variations. De 15 à 20, ça augmente de 5 et de 325 à 400, ça augmente de 75. $75/5=15$. De 20 à 22, ça augmente de 2, de 400 à 430, ça augmente de 30. $30/2=15$. De 22 à 28, ça augmente de 6, de 430 à 520, ça augmente de 90. $90/6=15$. Le rapport des variations est toujours de 15, j'ai donc une variation linéaire ou affine. La règle est donc du type $y=ax+b$ avec a , le taux de variation égale à 15 et où x est le nombre d'heures travaillées et y est le salaire. Il me reste à calculer b . Je substitue les valeurs d'un couple dans l'équation $y=15x+b$, on a donc $325=15 \times 15+b$, et on obtient $b=100$. La règle est donc $y=15x+100$. Comme on veut savoir à partir de combien d'heures de travail l'option du salaire individuel est plus avantageuse et que chacun recevait 1500 \$ avec l'option du montant fixe, on peut remplacer y par 1500 dans la règle qu'on vient de trouver parce que y représente le salaire. On a donc $1500=15x+100$. J'applique les règles de l'algèbre pour obtenir $x=93,3333333\dots$, je conclus donc que c'est à partir de 94 h de travail que l'option du salaire individuel devient plus avantageuse.

C'est comme ça que je reconnais le potentiel de la règle comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues et que j'utilise la règle pour trouver les valeurs inconnues.



Vous pouvez visionner le modelage en lisant ce code QR avec votre appareil mobile ou en vous rendant à cette adresse : <http://bit.ly/potentiel-regle>

DOCUMENTS REQUIS POUR L'ATELIER



MODELAGE • SITUATION PROBLÈME

LA COMPAGNIE DE PEINTURE

Alain et 9 de ses amis ont mis sur pied une compagnie de peinture pour l'été. Ils ont reçu leur premier contrat pour repeindre un immeuble. Le propriétaire de l'immeuble à repeindre leur offre deux options de rémunération, soit il leur donne un montant fixe à se séparer entre eux ou il leur offre un salaire à chacun. Les tableaux suivants détaillent ces deux options.

MONTANT FIXE

Nombre de travailleurs	Salaire par travailleur (\$)
3	5000
4	3750
5	3000
6	2500

SALAIRE INDIVIDUEL

Nombre d'heures travaillées	Salaire (\$)
15	325
20	400
22	430
28	520

À partir de combien d'heures de travail est-ce que l'option du salaire individuel devient plus intéressante?



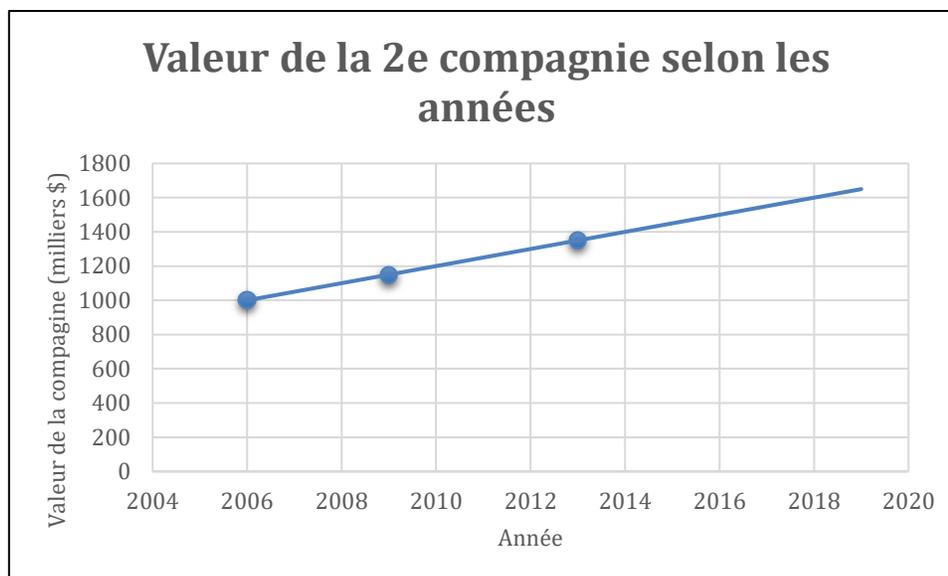
PRATIQUE GUIDÉE • SITUATION PROBLÈME

LES COMPAGNIES

Deux frères ont chacun leur compagnie depuis déjà quelques années.

La compagnie du premier frère valait 3 000 000 \$ en 2004, 2 900 000 \$ en 2009 et 2 700 000 \$ en 2019.

La valeur de la compagnie du 2^e frère évolue depuis 2006 selon le graphique suivant :



Les deux frères prévoient vendre leur compagnie lorsqu'ils prendront leur retraite. Le premier frère prévoit prendre sa retraite en 2040 alors que le second prévoit prendre la sienne en 2045. Si la tendance se maintient, lequel des deux frères vendra sa compagnie le plus cher?



PRATIQUE COLLABORATIVE • SITUATION PROBLÈME

LE NOMBRE MAXIMAL DE RÉPÉTITIONS

En musculation, le nombre maximal de répétitions est le nombre de fois consécutives que quelqu'un est capable de faire un exercice. Ce nombre de répétitions est fonction de la force de la personne et de la masse qu'elle soulève. On peut représenter cette relation avec l'équation suivante :

$$y = \frac{k}{x}$$

Où : k = la masse maximale avec laquelle la personne peut faire une répétition (livres)

x = la masse soulevée (livres)

y = le nombre de répétitions

Pour un certain exercice, Aurélie peut en ce moment soulever 10 fois 10 livres. Le tableau suivant montre la progression d'Aurélie pour cet exercice pour une seule répétition depuis qu'elle a commencé à s'entraîner.

Nombre de semaines d'entraînement	Masse soulevée en une répétition
0	50
2	60
5	75

Si elle continue à progresser au même rythme, dans combien de temps réussira-t-elle à soulever 10 fois 15 livres?



RETOUR RÉFLEXIF EN GROUPE

- Par où ai-je commencé?
- Comment ai-je déterminé que j'avais besoin d'une règle?
- Quand ai-je déterminé que j'avais besoin d'une règle?
- Comment ai-je déterminé quelle variable m'était inconnue et laquelle m'était connue?
- Comment ai-je procédé pour déterminer la règle cherchée?
- Pourquoi ai-je cherché une règle?
- Aurais-je pu faire autrement?

ON DOIT AMENER L'ÉLÈVE À VERBALISER

- qu'on doit toujours commencer par lire le problème;
- que c'est une fois qu'on a déterminé qu'il nous manque une valeur liée à une autre qu'il faut trouver une règle qui lie les deux valeurs;
- qu'une bonne stratégie pour identifier la variable manquante est de placer la variable connue à l'endroit approprié dans le tableau;
- qu'il faut étudier les variations entre les variables pour identifier la bonne règle à utiliser;
- qu'une fois la règle établie, on remplace la valeur qu'on connaît dans la règle.



RETOUR RÉFLEXIF INDIVIDUEL

- Que retenez-vous de cet atelier?

- Comment et quand devez-vous appliquer la stratégie?

- À la suite de cet atelier, que ferez-vous de différent quand vous aurez à résoudre un problème?

- Quelles difficultés pensez-vous rencontrer en appliquant cette stratégie?
