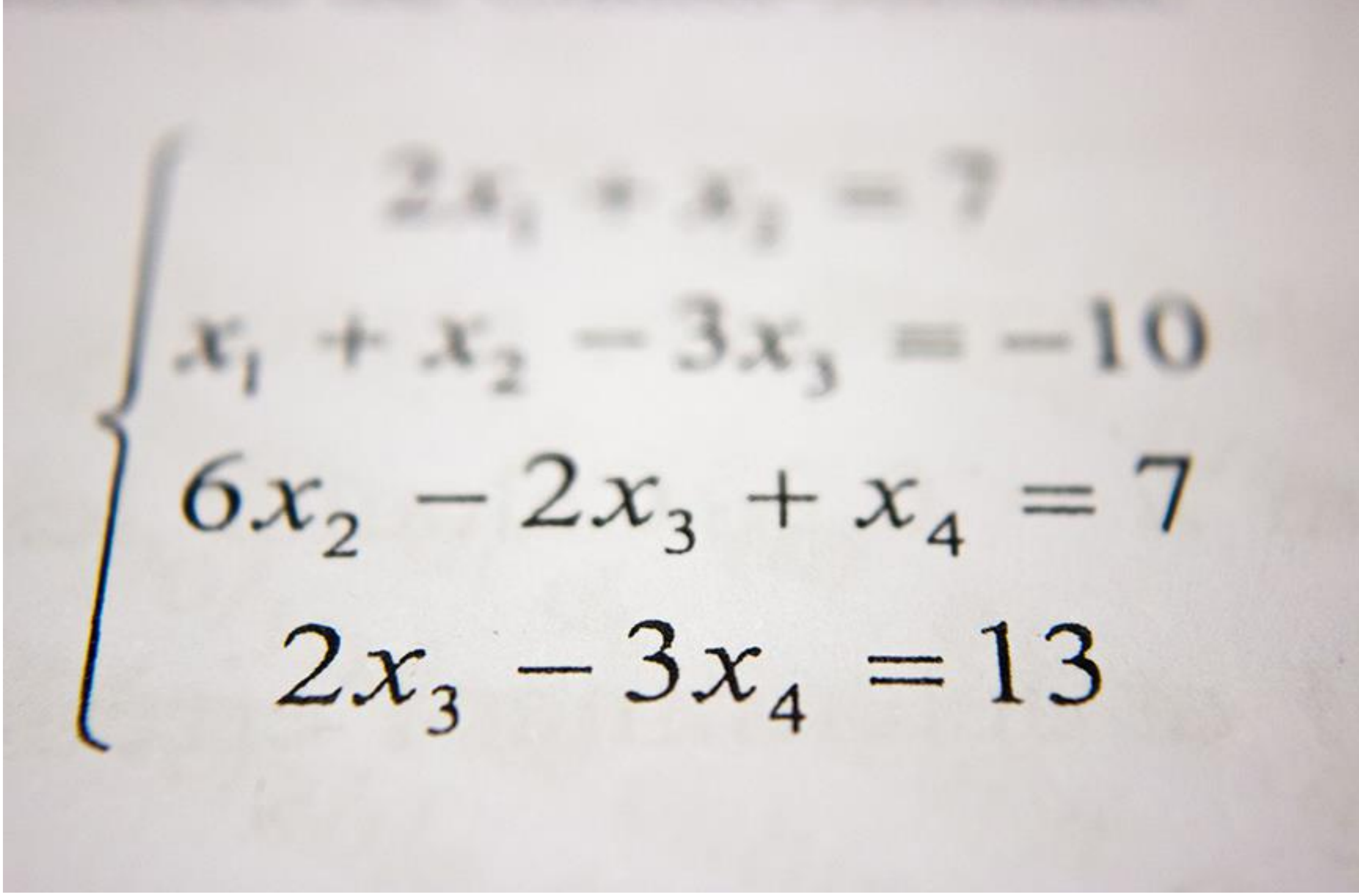

Faire un calcul général

MAT-4271

Enseignement explicite des stratégies de résolution de problèmes

PLANIFICATION D'UN ATELIER D'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

- **SITUATION PROBLÈME (tâche)**
  Tâche théorique (première tâche dans le document « 3 PREUVES »)

- ## INTENTION PÉDAGOGIQUE
  Modéliser comment résoudre des tâches théoriques

Quoi ?

Faire un calcul général en utilisant le discriminant.

Pourquoi ?

Pour résoudre des tâches théoriques impliquant le nombre de solutions d'une équation du 2ᵉ degré.

Quand ?

Quand on doit répondre à une tâche théorique impliquant le nombre de solutions d'une équation du 2ᵉ degré.

Comment ?

En se représentant d'abord la situation, en trouvant l'équation du 2ᵉ degré représentant la situation, en utilisant la formule du discriminant, en la réduisant et en résolvant l'équation ou l'inéquation obtenue.

Ce cours a été développé pour aider les élèves avec les problèmes plus théoriques du cours **MAT-4271**, avec d'autres problèmes, il serait intéressant de procéder de la même façon pour les cours de SN de 5.

Comme les énoncés sont très courts, le fichier « **3 preuves** » contient les 3 énoncés si l'enseignant souhaite économiser du papier ou les donner en bloc, sinon, ils sont disponibles dans 3 fichiers séparés.

EXEMPLE DE MODELAGE

LECTURE À VOIX HAUTE DE LA SITUATION PROBLÈME

TÂCHE D'ÉCOUTE

L'élève doit déposer son crayon, écouter les réflexions de l'enseignant, observer comment l'enseignant se représente le problème malgré le fait qu'il soit théorique, comment il pose ses équations, comment il utiliser la formule du discriminant et comment il calcule avec des nombres généraux.

VERBATIM

Dans les examens du ministère, il y a toujours une tâche plus théorique. Je vais donc modéliser comment faire un calcul général en utilisant le discriminant. Je commence par lire l'énoncé.

Soit la droite $\boldsymbol{f(x) = x - k^2}$ *et la parabole* $\boldsymbol{g(x) = \frac{x^2}{4} + kx + c}$.

Je sais que j'ai une droite qui a une pente positive et une ordonnée à l'origine négative, car k^2 est toujours positif. Je dessine donc une petite esquisse. Je sais aussi que j'ai une parabole ouverte vers le haut, car a est positif, je fais une autre esquisse. *Déterminez l'expression algébrique des valeurs possibles de k.* On va donc vouloir exprimer k en fonction d'une ou plusieurs autres variables, *pour lesquelles la droite f(x) ne croise pas la parabole g(x)*. Je vais commencer par faire un schéma approximatif de la situation pour me donner une idée, je trace des axes que j'identifie x et y. Comme j'ai dit plus tôt, j'ai une droite de pente positive et d'ordonnée à l'origine négative, je trace donc une droite qui respecte ces paramètres. J'ai aussi une parabole qui pointe vers le haut et qui ne doit pas être interceptée par la droite, je trace une telle parabole.

Pour qu'une droite et une parabole n'aient pas de point d'intersection, il faut que le système f(x)=g(x) n'ait aucune solution. Je vais donc placer les deux expressions de f(x) et g(x) égales, j'obtiens donc :

$$\boldsymbol{x - k^2 = \frac{x^2}{4} + kx + c}$$

Je mets tous les termes du même côté et j'obtiens :

$$\frac{x^2}{4} + kx - x + c + k^2 = 0$$

Je mets le x en évidence :

$$\frac{x^2}{4} + (k - 1)x + c + k^2 = 0$$

J'ai une équation du 2e degré pour laquelle je veux qu'il n'y ait pas d'équation, car la droite et la parabole ne doivent pas se croiser, j'utilise donc la formule du discriminant qui doit être négatif, car si le discriminant est négatif, l'équation n'a pas de solutions.

J'ai donc :

$$b^2 - 4ac < 0$$

Avec $a = \frac{1}{4}, b = k - 1 \; et \; c = c + k^2$

$$(k - 1)^2 + 4 \cdot \frac{1}{4}(c + k^2) < 0$$

$$k^2 - 2k + 1 - 1(c + k^2) < 0$$

$$k^2 - 2k + 1 - c - k^2 < 0$$

$$-2k + 1 - c < 0$$

$$-2k < c - 1$$

$$k > \frac{-c}{2} + \frac{1}{2}$$

C'est donc l'expression algébrique de k pour laquelle la parabole et la droite ne se croisent pas. La droite ne croise pas la parabole si k est plus grand que – c/2 + 1/2. C'est comme ça que je fais un calcul général en utilisant le discriminant.

Vous pouvez visionner le modelage en lisant ce code QR avec votre appareil mobile ou en vous rendant à cette adresse :
http://bit.ly/calcul-general

DOCUMENTS REQUIS POUR L'ATELIER

MODELAGE • SITUATION PROBLÈME

Soit la droite $f(x) = x - k^2$ et la parabole $g(x) = \frac{x^2}{4} + kx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de k pour lesquelles la droite f(x) ne croise pas la parabole g(x).

PRATIQUE GUIDÉE • SITUATION PROBLÈME

Soit la droite $f(x) = kx$ et la parabole $g(x) = x^2 - 2kx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de c pour lesquelles la droite f(x) croise la parabole g(x) en deux points.

PRATIQUE COLLABORATIVE • SITUATION PROBLÈME

Soit la droite $f(x) = kx + b$ et la parabole $g(x) = ax^2 + bx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de k pour lesquelles la droite f(x) croise la parabole g(x) en un seul point.

3 PREUVES

- Soit la droite $f(x) = x - k^2$ et la parabole $g(x) = \frac{x^2}{4} + kx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de k pour lesquelles la droite f(x) ne croise pas la parabole g(x).

- Soit la droite $f(x) = kx + b$ et la parabole $g(x) = x^2 - 2kx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de k pour lesquelles la droite f(x) croise la parabole g(x) en un seul point.

- Soit la droite $f(x) = kx$ et la parabole $g(x) = ax^2 + bx + c$, déterminer l'expression algébrique des valeurs possibles de c pour lesquelles la droite f(x) croise la parabole g(x) en deux points.

RETOUR RÉFLEXIF EN GROUPE

- Qu’est-ce que j’ai fait?
- Comment ai-je fait?
- Comme ai-je pu me représenter le problème même s’il était décontextualisé et que très peu de paramètres étaient connus?
- Comment ai-je déterminé le système à utiliser?
- Quelle était la pertinence du discriminant dans cette situation?

IL FAUT AMENER LES ÉLÈVES À VERBALISER QUE

- un problème théorique peut être représenté malgré tout en utilisant les paramètres des fonctions et leurs propriétés;
- les règles algébriques sont les mêmes dans un problème théorique et même si les constantes ont des valeurs générales;
- lorsqu’il est question d’intersection (ou de non-intersection) entre une droite et une parabole, il faut résoudre le système f(x)=g(x);
- le discriminant est l’outil par excellence pour valider le nombre de solutions et qu’il faut l’utiliser quand le nombre de solutions est nommé.

RETOUR RÉFLEXIF INDIVIDUEL

- Quand vous faites une preuve sur les droites et les paraboles dans lesquelles vous devez trouver des valeurs ou des expressions algébriques, comment procédez-vous ?

- Qu'allez-vous faire de différent quand vous aurez une preuve à faire à partir de maintenant?

- Croyez-vous que toutes les preuves se font de la même façon?

- Quel est le concept-clé à utiliser lorsque vous cherchez le nombre de solutions à une équation du 2e degré?