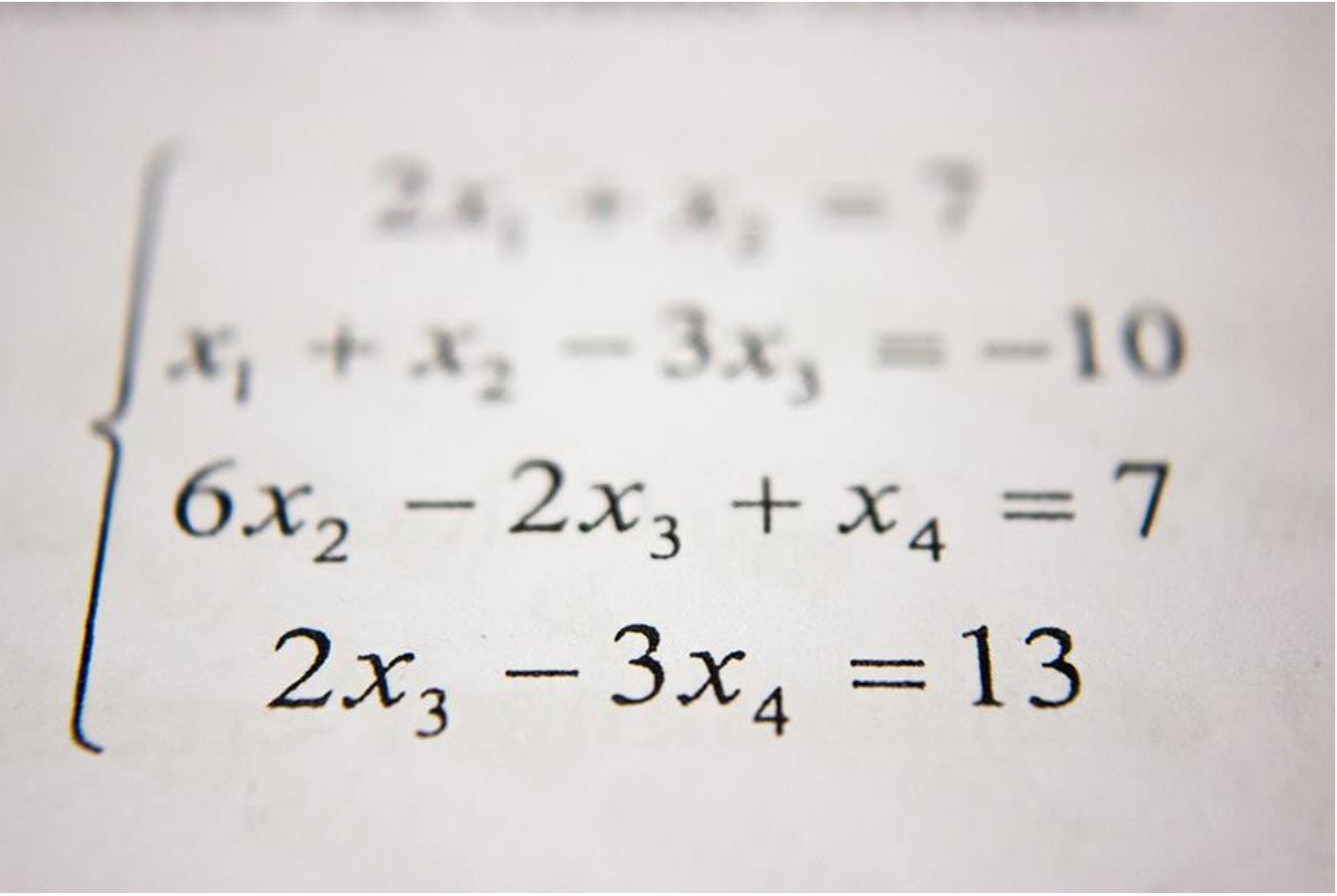


Reconnaitre le potentiel du système d'équations comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues

MAT-3051

Enseignement explicite des stratégies de résolution de problèmes

PLANIFICATION D’UN ATELIER D’ENSEIGNEMENT EXPLICITE

- ## SITUATION PROBLÈME (tâche)
  Les pertes récurrentes

- ## INTENTION PÉDAGOGIQUE
  Reconnaitre le système d’équations comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues

Quoi ? Utiliser un système d’équations pour trouver des valeurs inconnues.

Pourquoi ? Pour résoudre des problèmes impliquant deux règles différentes, mais ayant la même valeur en un point.

Quand ? Lorsqu’on cherche le moment où deux situations sont équivalentes ou égales.

Comment ? En trouvant la règle de chacune des relations en jeu puis en utilisant la méthode de comparaison.

NOTE

Cette séquence est prévue pour le **MAT-3051**, mais elle pourrait être adaptée pour le **MAT-4171** en prenant des problèmes qui mettent en jeu une équation du 2e degré et une équation du 1er degré.

EXEMPLE DE MODELAGE

LECTURE À VOIX HAUTE DE LA SITUATION PROBLÈME

TÂCHE D'ÉCOUTE
L'élève doit déposer son crayon, observer ce que l'enseignant fait, ce qu'il se dit, particulièrement quand et comment il cherche un système d'équations et comment il le résout.

VERBATIM

Je vais modéliser la stratégie **Reconnaitre le système d'équations comme moyen efficace pour trouver des valeurs inconnues**. Je commence par lire le problème. *Les pertes récurrentes. Une compagnie enregistre des pertes depuis maintenant quelques années.* Des pertes, c'est quand on perd de l'argent, c'est-à-dire qu'on a plus de dépenses que de revenus. Le graphique suivant illustre l'évolution des dépenses et des revenus. Je regarde mon graphique, je vois qu'il y a deux courbes : une courbe qui représente les dépenses en haut et une courbe qui représente les revenus en bas. Ces courbes sont des droites, je sais donc que je vais pouvoir les modéliser à l'aide d'un modèle de la forme y=ax+b. En regardant l'allure des droites, je remarque que, en effet, les revenus sont inférieurs aux dépenses pour la période qui est illustrée, la compagnie a bel et bien accumulé des pertes depuis des années.

Le patron souhaite savoir en quelle année son entreprise cessera d'enregistrer des pertes afin de décider s'il ferme son entreprise ou non, pouvez-vous l'aider? Si je regarde l'allure des deux droites, je vois qu'en effet, elles vont se rejoindre un moment donné. La question est donc de savoir où ces deux droites se rejoindront, car c'est à ce moment que les dépenses seront égales aux revenus et que la compagnie cessera d'enregistrer des pertes.

Pour trouver le point d'intersection, je pourrais agrandir mon graphique, mais ce ne serait probablement pas très précis. Je pourrais également faire des tables de valeurs, de cette manière, ce ne serait peut-être pas très précis non plus, mais ça pourrait surtout être très long, car il faudrait potentiellement que j'essaie beaucoup de valeurs différentes. Dans une situation comme celle-ci, la façon la plus rapide, efficace et précise de trouver le point d'intersection est de résoudre un système d'équations. Pour y arriver, je vais trouver la règle de chacune des droites. Je vais appliquer la méthode de comparaison.

En regardant mon graphique, je vois que les dépenses sont de 50 000 $ en 2010. Puisque ce sont des années, pour me simplifier la vie, je vais poser que l'an 2010 est l'an 0 et ajuster les autres années en conséquence, l'an 2015 devient l'an 5, 2020 devient l'an 10, 2025 devient l'an 15 et ainsi de suite. J'ajouterai 2010 à ma réponse une fois que tous les calculs seront faits. Puisque les dépenses étaient de 50 000 $ pour l'an 0, c'est notre point de départ, donc notre ordonnée à l'origine, c'est donc la valeur de b pour l'équation des dépenses. De la même façon, je vois que l'ordonnée à l'origine, donc le paramètre b de l'équation des revenus, est de 42 500 $. Il va me rester à calculer a, soit le taux de variation, pour les deux droites avec la formule du taux de variation $a=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$.

Je trouve un 2e point pour les dépenses, soit (5, 55 000) et un 2e point pour les revenus (10, 55 000). Je commence par les dépenses, avec la formule du taux de variation et des points (0, 50 000) et (5, 55 000), j'obtiens :

$$a = \frac{55\,000 - 50\,000}{5 - 0} = \frac{5000}{5} = 1000$$

L'équation des dépenses est donc $y = 1000x + 50\,000$

J'applique ensuite la même chose aux revenus avec les points (0, 42 500) et (10, 55 000), j'obtiens :

$$a = \frac{55\,000 - 42\,500}{10 - 0} = \frac{12\,500}{10} = 1250$$

L'équation des revenus est donc $y = 1250x + 42\,500$

J'ai maintenant l'équation des dépenses et l'équation des revenus. Je veux savoir quand l'entreprise ne fera plus de pertes, c'est quand les dépenses seront égales aux revenus. Je cherche le moment où les dépenses et les revenus seront égaux, j'utilise donc la méthode de comparaison en mettant les deux expressions de y égales, j'obtiens donc :

$$1000x + 50\,000 = 1250x + 42\,500$$

J'applique ensuite les règles d'algèbre pour résoudre l'équation.

$$\begin{aligned} 1000x - 1250x &= 42\,500 - 50\,000 \\ -250x &= -7500 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

C'est donc lors de l'année 30 que les revenus seront égaux aux dépenses, c'est-à-dire que c'est lors de l'année 30 que l'entreprise cessera de déclarer des pertes. Comme j'avais fixé l'an 2010 comme étant l'an 0, 2010 + 30 = 2040. C'est en 2040 que l'entreprise cessera d'enregistrer des pertes. Ce sera au patron de décider s'il est prêt à encaisser des pertes jusque-là, c'est quand même « dans longtemps ».

C'est comme ça que je reconnais le potentiel du système d'équations pour trouver des valeurs inconnues.

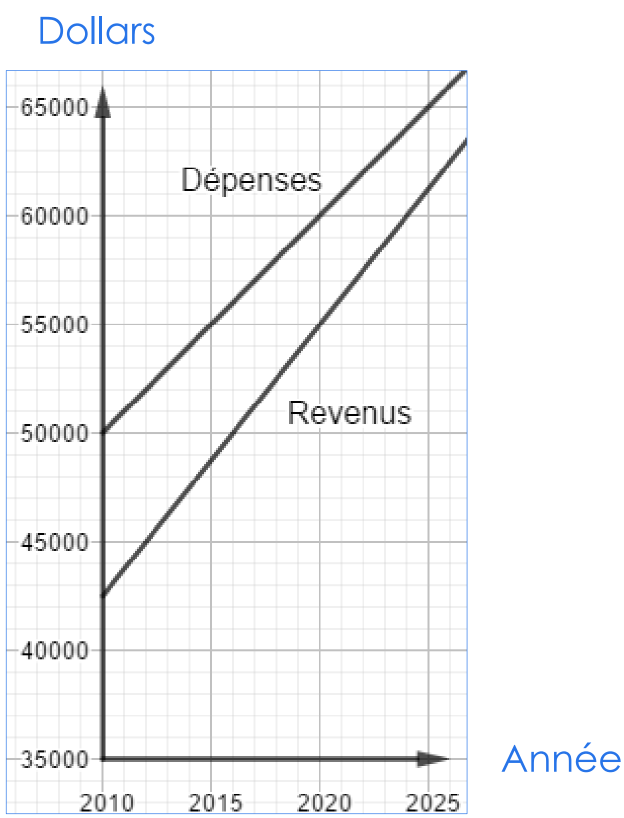
Vous pouvez visionner le modelage en lisant ce code QR avec votre appareil mobile ou en vous rendant à cette adresse :
http://bit.ly/potentiel-systeme

DOCUMENTS REQUIS POUR L'ATELIER

MODELAGE • SITUATION PROBLÈME

LES PERTES RÉCURRENTES

Une compagnie enregistre des pertes depuis maintenant quelques années. Le graphique suivant illustre l'évolution des dépenses et des revenus.



Le patron souhaite savoir en quelle année son entreprise cessera d'enregistrer des pertes afin de décider s'il ferme son entreprise ou non, pouvez-vous l'aider?

PRATIQUE GUIDÉE • SITUATION PROBLÈME

LA POPULATION

Depuis quelques années, on a remarqué que la population de la ville A est en déclin alors que la population de la ville B est en augmentation. Les tableaux suivants montrent la population des deux villes lors de différentes années.

Population dans la ville A

Année	Population (milliers d'habitants)
2008	7976
2010	7928
2013	7856
2018	7736

Population dans la ville B

Année	Population (milliers d'habitants)
2007	2000
2010	2144
2012	2240
2016	2432

Combien d'habitants compteront les deux villes lorsque leur population sera égale si la tendance se maintient?

PRATIQUE COLLABORATIVE • SITUATION PROBLÈME

LES ÉCONOMIES POUR LA RETRAITE

Aline et Lucie économisent de l'argent pour leur retraite.

En 2010, le total des placements d'Aline était de 50 000 $. Ils valaient 56 000 $ en 2013 et 64 000 $ en 2017.

De son côté, les placements de Lucie valaient 20 000 $ en 2007, 25 000 $ en 2009 et 42 500 $ en 2016.

Est-ce que leurs placements auront la même valeur un jour? Si oui, en quelle année cela se produira-t-il?

RETOUR RÉFLEXIF EN GROUPE

- Par où ai-je commencé?
- Comment ai-je déterminé que j'avais besoin d'un système d'équations?
- Quand ai-je déterminé que j'avais besoin d'un système d'équations?
- Comment ai-je procédé pour déterminer les règles cherchées?
- Pourquoi ai-je cherché deux règles?
- Comment ai-je résolu le système d'équations?
- Aurais-je pu faire autrement?

ON DOIT AMENER L'ÉLÈVE À VERBALISER

- qu'on doit toujours commencer par lire le problème ;
- que c'est une fois qu'on a déterminé qu'on cherche un point d'intersection qu'on doit chercher à résoudre un système d'équations ;
- qu'une bonne stratégie pour résoudre un système d'équations est de trouver la règle rattachée à chaque relation, puis d'utiliser la méthode de comparaison.

RETOUR RÉFLEXIF INDIVIDUEL

- Que retenez-vous de cet atelier?

- Comment et quand devez-vous appliquer la stratégie?

- À la suite de cet atelier, que ferez-vous de différent quand vous aurez à résoudre un problème?

- Quelles difficultés pensez-vous rencontrer en appliquant cette stratégie?